Física Experimental / Pesquisa Quantitativa

Aula 08 — Teoria de Erros III: Erro Propagado

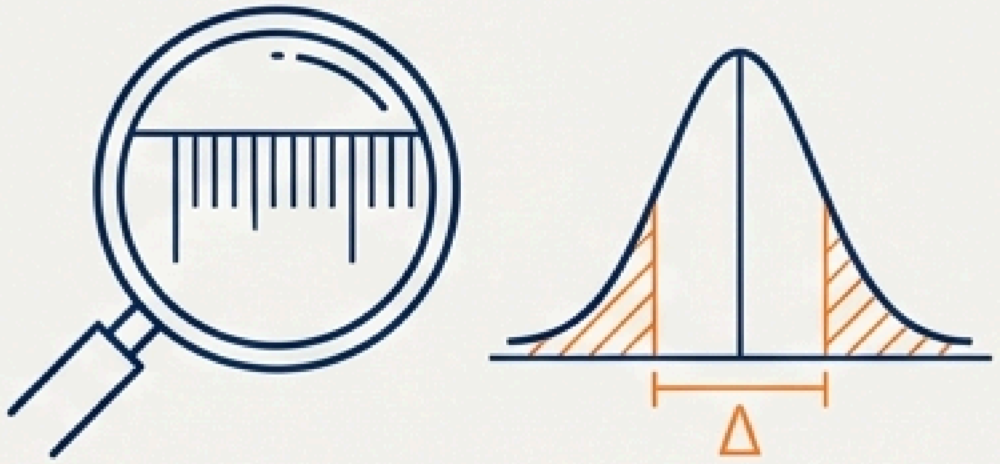
Prof. Humberto L. Oliveira
(Baseado no material original do Prof. Marcelo G. Schappo)

DATA: 06/04/2026

Erro como Falha

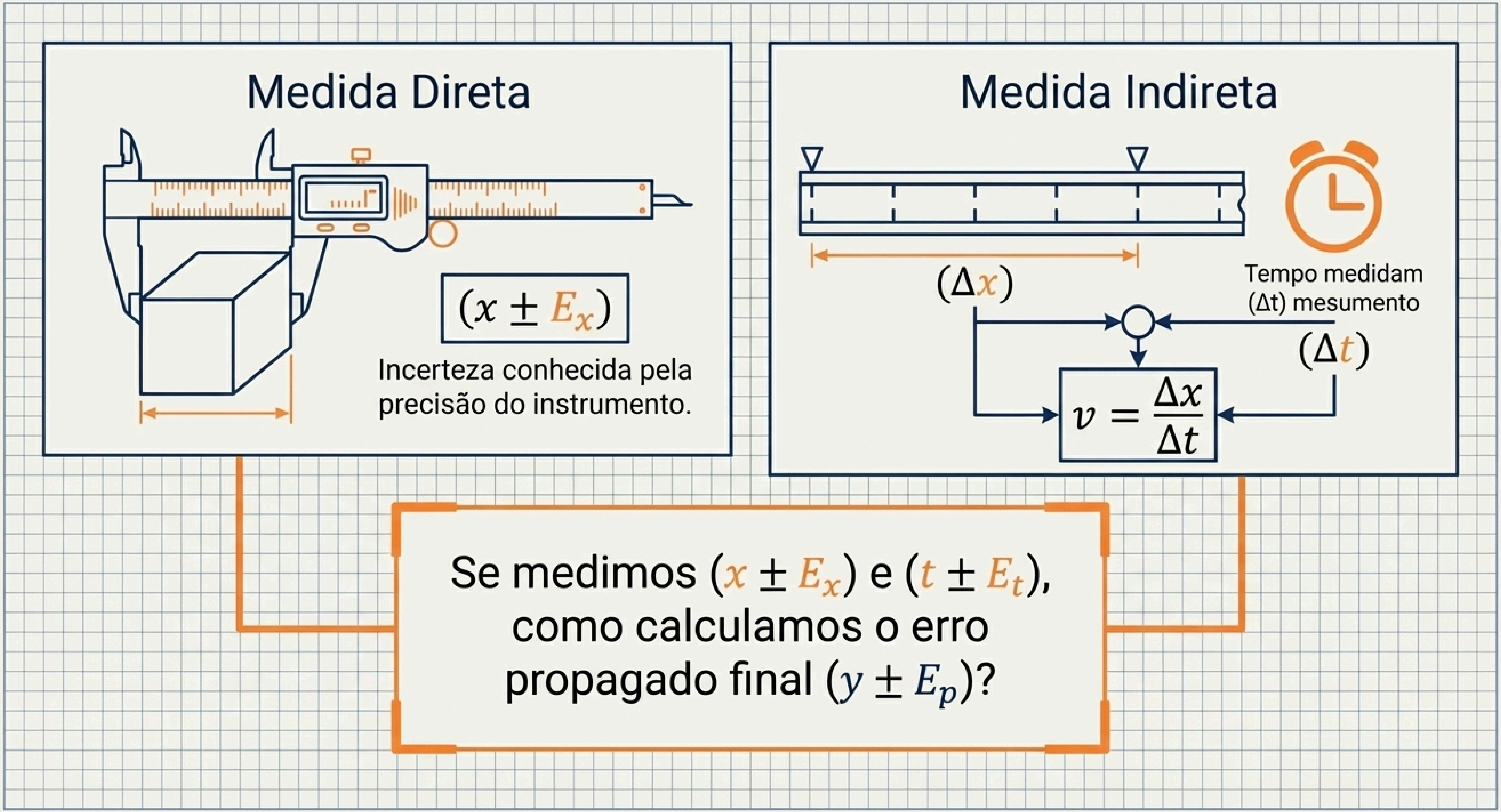
No senso comum, erro indica incompetência do experimentador ou falha no equipamento.

Erro como Incerteza Inerente



Na ciência quantitativa, nenhuma medida possui certeza absoluta. O erro é a incerteza intrínseca associada ao limite da medição.

[1,2] A incerteza é uma propriedade da natureza, não um defeito do pesquisador.


Medida Direta
$(x \pm E_x)$
Incerteza conhecida pela precisão do instrumento.
Medida Indireta
(Δx)
Tempo medidam (Δt) mesumento
(Δt)
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
Se medimos $(x \pm E_x)$ e $(t \pm E_t)$, como calculamos o erro propagado final $(y \pm E_p)$?

O Amplificador

Módulo da Derivada Parcial. Mostra a taxa de variação: o quanto a função é sensível àquela variável específica. Sempre em módulo!

A Incerteza Original

O erro da medida direta de cada variável individual.

$$E_p = \left|\frac{\partial y}{\partial x_1}\right| E_1 + \left|\frac{\partial y}{\partial x_2}\right| E_2 + \dots$$

O Erro Propagado Total (E_p) é a soma ponderada de como cada erro individual afeta a função matemática.

OPERAÇÃO	FUNÇÃO MATEMÁTICA	ERRO PROPAGADO (E_p)
Soma / Subtração	$y = x_1 \pm x_2$	$E_p = E_1 + E_2$
Multiplicação	$y = x_1 \cdot x_2$	$E_p = x_1 \cdot E_2 + x_2 \cdot E_1$
Potência	$y = x_1^n$	$E_p = n \cdot x_1^{n-1} \cdot E_1$

Vantagem: Ideal para cálculos com poucas variáveis e operações básicas sucessivas.

A Refinação do Erro: Do Bruto ao Científico

O Cálculo Bruto

$E_p = 0{,}01178588...$

A matemática gera casas decimais infinitas e ilusórias.

O Filtro: 1 Algarismo Significativo

O erro dita o limite da nossa precisão. Mantemos apenas o primeiro algarismo não-nulo.

Arredondamento para Cima

$0{,}011... \rightarrow 0{,}02$

Para garantir que a verdadeira incerteza esteja contida no intervalo, sempre arredondamos o erro final para mais.

A Equação do MRU

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

(onde $v = y$; $\Delta x = x_1$; $\Delta t = x_2$)

Função: $y = x_1 \cdot x_2^{-1}$

Propagação por Derivadas

Derivada de x_1 : $\frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_2}$

Derivada de x_2 : $\frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{-x_1}{x_2^2}$

Resultado Final:

$$E_p = \left|\frac{1}{x_2}\right| \cdot E_1 + \left|\frac{-x_1}{x_2^2}\right| \cdot E_2$$

Determinar o volume de uma esfera (V) a partir da medida do diâmetro (D).

D = 1,225 ± 0,005 cm | V = (π · D^3) / 6

1ª Operação: Potência

Cálculo base: D^3 = 1,225^3

Erro $(n \cdot x^{(n-1)} \cdot E_1)$: 3 · (1,225)^2 · 0,005

2ª Operação: Multiplicação por Constante

Constante: π / 6

Erro da constante $(a \cdot E_1)$: (π / 6) · [Erro do Nó 1]

Resolução Final e Arredondamento Científico

O Resultado Bruto

$$V = 0{,}962513614\ cm^3$$

$$E_p = 0{,}01178588\ cm^3$$

Arredondando o erro para 1 algarismo significativo
(sempre para mais)

A Aplicação da Regra

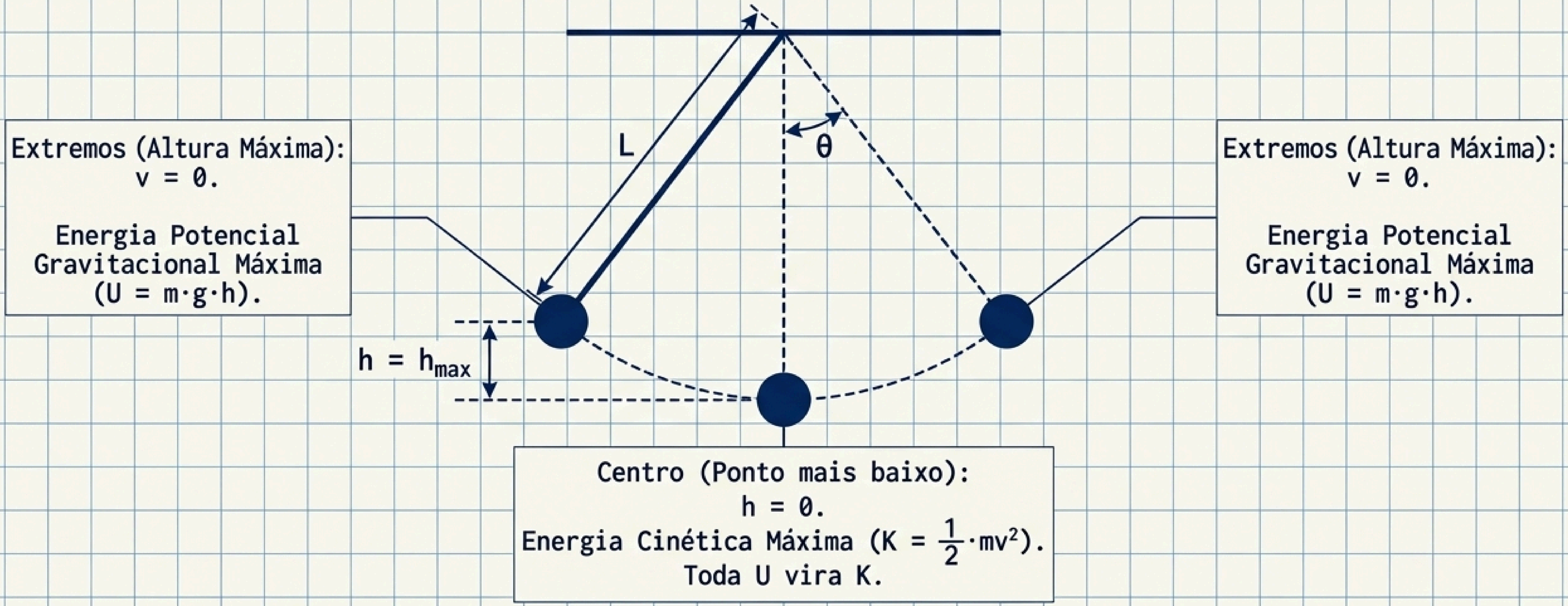
$$E_p = 0{,}0117\ldots \rightarrow \boxed{0{,}02}$$

$$\boxed{V = 0{,}96 \pm 0{,}02\ cm^3}$$

Nota: A precisão do valor medido (0,96) foi ajustada para casar com a casa decimal do erro (0,02).

O Pêndulo e a Conservação da Energia Mecânica

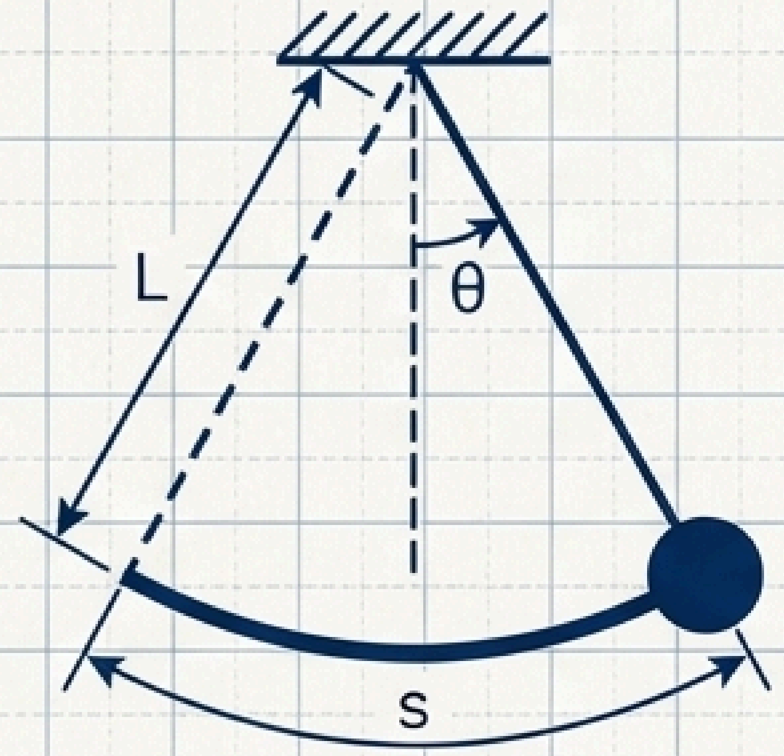
Galileu observou o isocronismo do pêndulo. Esse sistema simples é a base para entendermos a Conservação da Energia Mecânica.



Na teoria, a energia se conserva eternamente. No mundo real, surgem **perdas** e as aproximações matemáticas encontram seus **limites**.

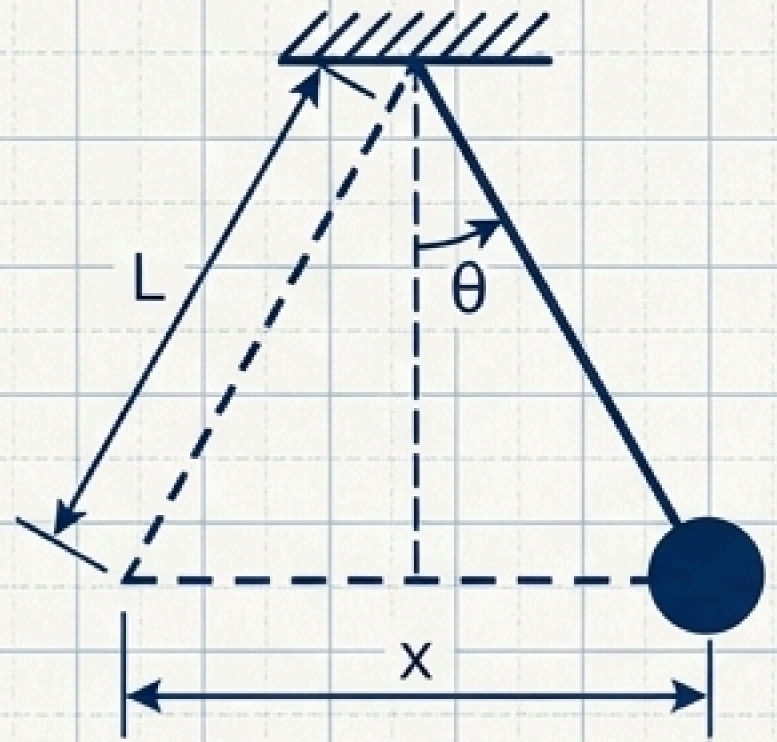
Comparação Geométrica da Medição do Ângulo do Pêndulo

Arco de Circunferência



$$\theta = \frac{s}{L}$$

Deslocamento Horizontal



$$\theta = \arcsin\left(\frac{x}{L}\right)$$

A Aproximação

Para ângulos MUITO pequenos, assumimos que o arco (s) é praticamente igual à reta horizontal (x). Portanto: $\sin(\theta) \approx \theta \approx x/L$.

Mas até onde essa 'pequena' mentira matemática é aceitável?

O Limite da Aproximação MHS: A Regra dos 5%

Ângulo	Solução	Seno Real	Avaliação	
10°	0,174	0,174	Excelente (< 1% erro)	A Regra de Ouro
30°	0,524	0,500	Limite (Erro de 4,8%)	O limite máximo aceitável na pesquisa de bancada.
35°	0,611	0,574	Inaceitável (> 5% erro)	A equação clássica do isocronismo se quebra.

Rastreado o Erro Experimental: Conservação de Energia

Methodology - POE

1. Prever: Ao soltar a massa de uma altura inicial (H_i), ela voltará ao mesmo ponto?

2. Observar: Medir H_i (origem) e H_f (retorno) usando fita métrica.

3. Explicar: Se H_f < H_i, para onde foi a energia?

Tentativa	Altura Inicial H_i (m)	Altura Final H_f (m)	Energia Inicial U_i (J)	Perda ΔE (J)
1				
2				
3				

O Erro Propagado

A matemática aceita qualquer valor, mas precisamos das Derivadas Parciais para rastrear como a **incerteza** dos instrumentos de medição contamina o resultado final.

O Modelo Ideal

As equações da física assumem um mundo perfeito. **Erros maiores que 5% (ângulos >30°)** ou perdas de energia (ΔE) revelam a fricção e resistência do mundo real.

Na natureza nada se cria, nada se perde, tudo se transforma. — Lavoisier

O 'erro' medido na altura do pêndulo não é uma falha, é a energia cinética se transformando em calor no atrito do ar. A ciência está em quantificar essa transformação.