



INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

Aula 07

Teoria de Erros II: Erros de Escala

O tratamento matemático das incertezas e a propagação estatística em medições indiretas.

Pesquisa Quantitativa &
Práticas de Laboratório
(30/03/2026)

O Erro Não É Uma Falha

**MEDIDA $\neq$
CERTEZA
ABSOLUTA**

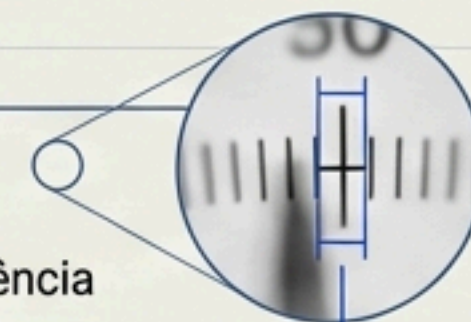
O erro é uma parte inevitável de qualquer medição.

A Natureza da Ciência

Em qualquer pesquisa quantitativa, nenhuma medida pode ser feita com certeza absoluta.

A Incerteza Inerente

A palavra erro não indica incompetência do experimentador, mas a incerteza estatística e física associada ao processo de medição.

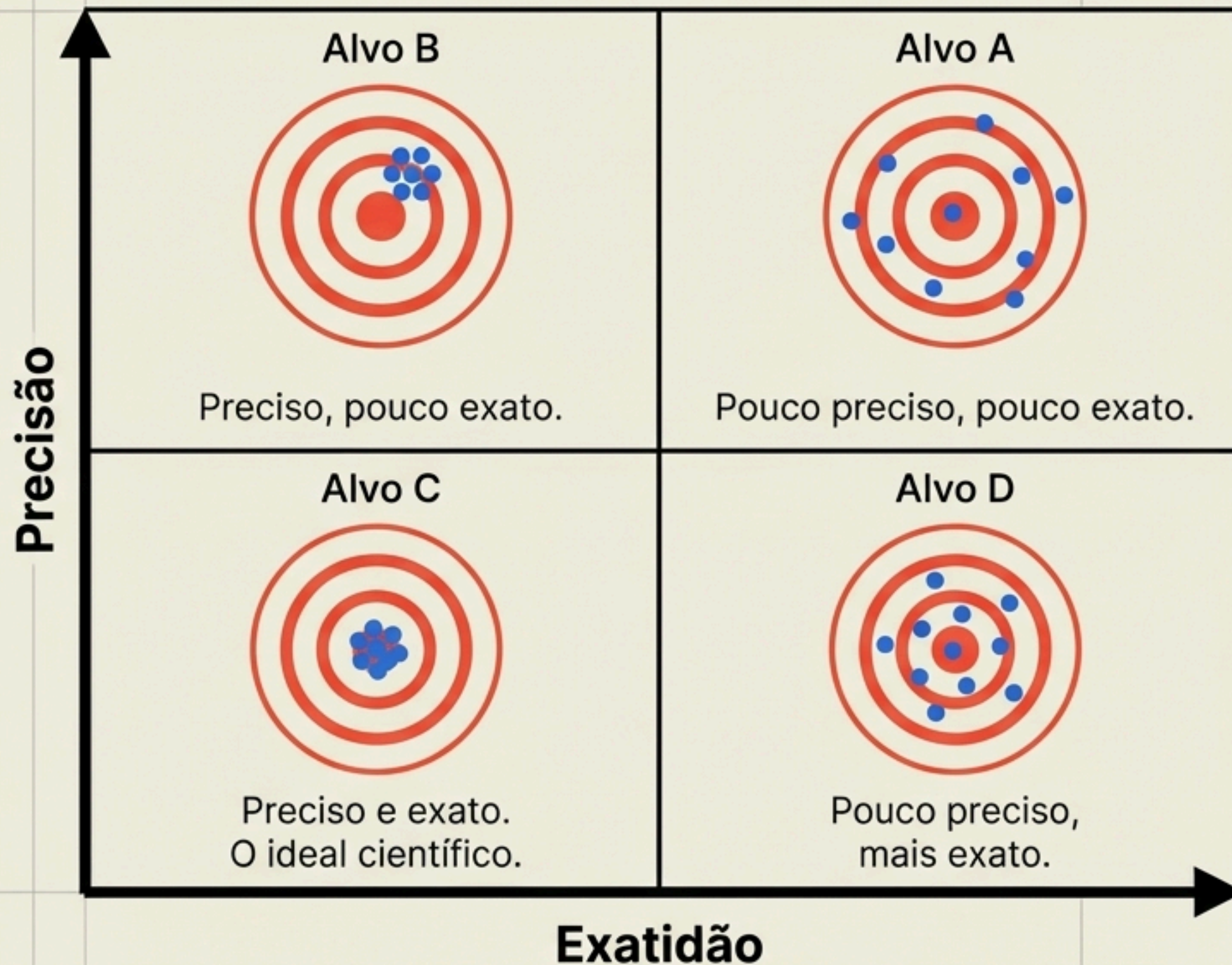


INCERTEZA
Fira Code

O Objetivo

A Teoria de Erros existe para identificar as fontes de incerteza, quantificá-las e diminuir suas causas para otimizar o resultado.

Precisão vs. Exatidão

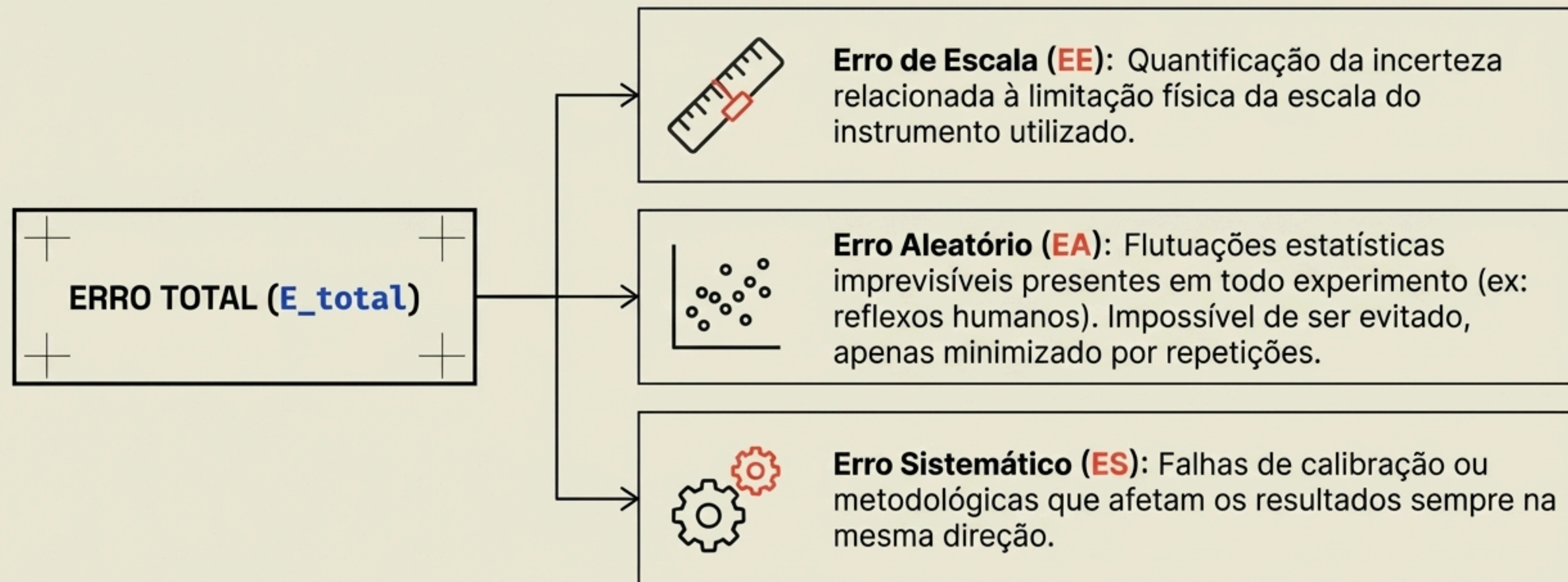


Experimento	Resultado
A	$(12 \pm 4) \text{ m/s}^2$
B	$(8,33 \pm 0,09) \text{ m/s}^2$
C	$(9,79 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$
D	$(9 \pm 1) \text{ m/s}^2$
Padrão	$9,81 \text{ m/s}^2$

Precisão = Qualidade e repetibilidade.
Exatidão = Concordância com o valor teórico.

A Anatomia da Incerteza

$$E_{total} = E_{escala} + E_{aleatorio} + E_{sistematico}$$



Erro de Escala (EE): A Regra Matriz

Instrumento Analógico	Instrumento Digital	Instrumento com Nônio
$E = \frac{MDE}{2}$ Ex: Régua, Dinamômetro analógico.	$E = MDE$ Ex: Cronômetro, Multímetro.	$E = \frac{MDP}{NDN}$ Ex: Paquímetro, Micrômetro.

Legenda:

MDE: Menor divisão de escala do instrumento

MDP: Menor divisão da escala principal do instrumento

NDN: Número de divisões do nônio

Lendo Instrumentos Simples

Digital (Bosch GLM 30)



Dígito duvidoso

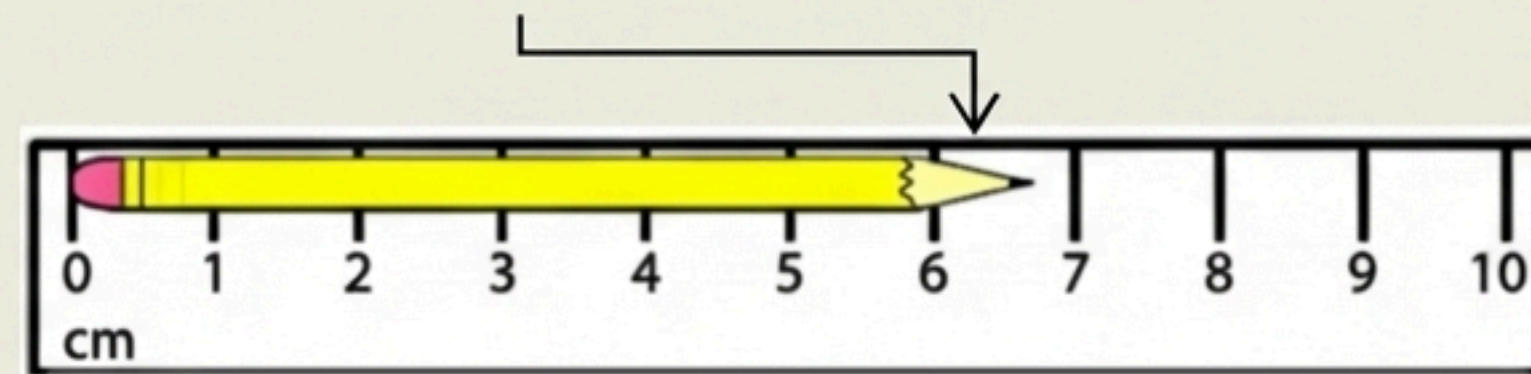
Leitura: 25,677 m

MDE = 0,001 m

Cálculo: $E = \text{MDE} \rightarrow E = 0,001 \text{ m}$

Resultado: $(25,677 \pm 0,001) \text{ m}$

Analógico (Régua Centimetrada)



Leitura (estimada): 6,75 cm

MDE = 1 cm

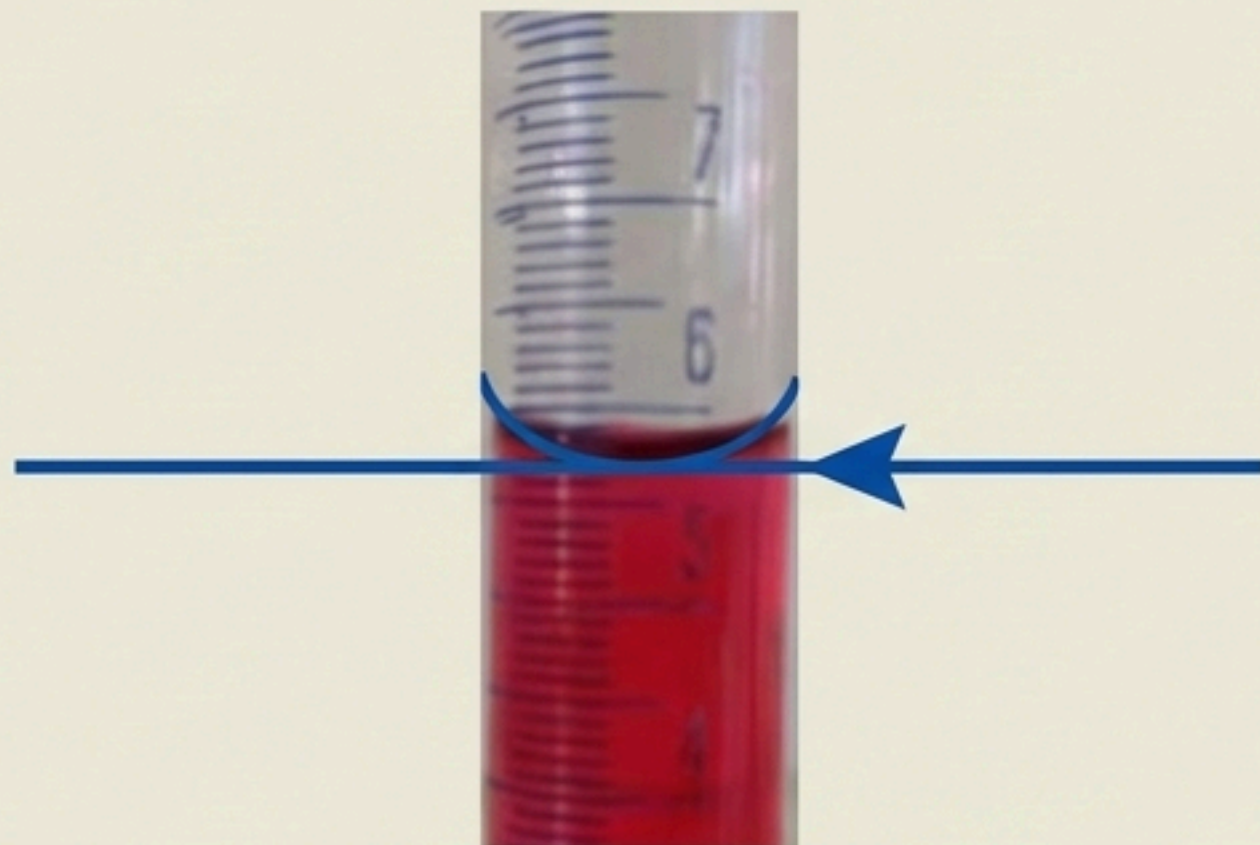
Cálculo: $E = \frac{\text{MDE}}{2} \rightarrow \frac{1 \text{ cm}}{2} = 0,5 \text{ cm}$

Estimativa do duvidoso: O lápis mede entre 6 e 7 cm, estimado em 0,75.

Resultado: $(6,75 \pm 0,5) \text{ cm}$

O Desafio do Menisco e Mostradores

O Menisco (Líquidos Côncavos)

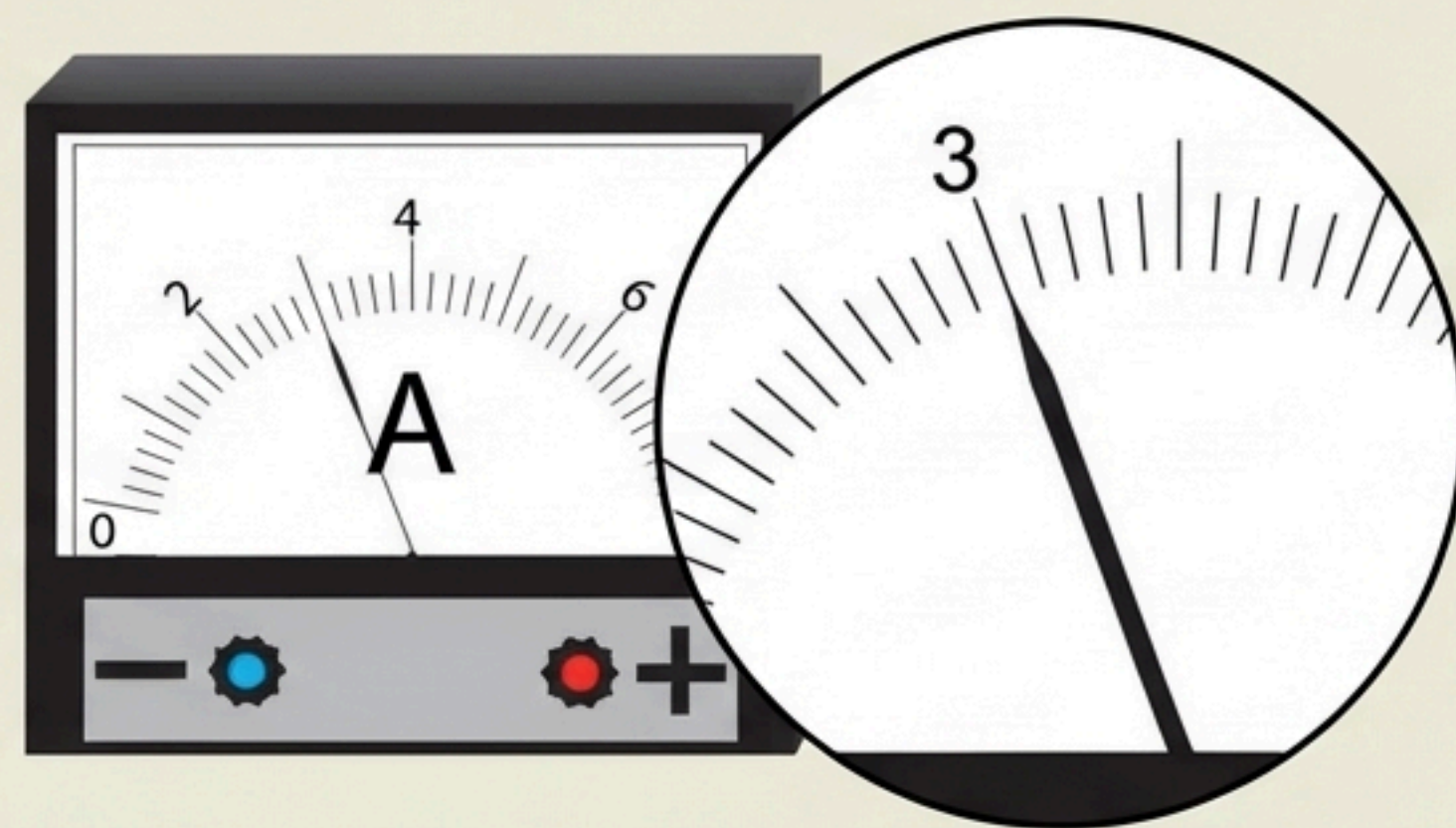


Regra de Ouro: A leitura deve ser feita sempre na linha inferior do menisco.

Proveta graduada: MDE = 0,1 mL | E = 0,05 mL

Resultado: $(5,73 \pm 0,05)$ mL

Amperímetro Analógico

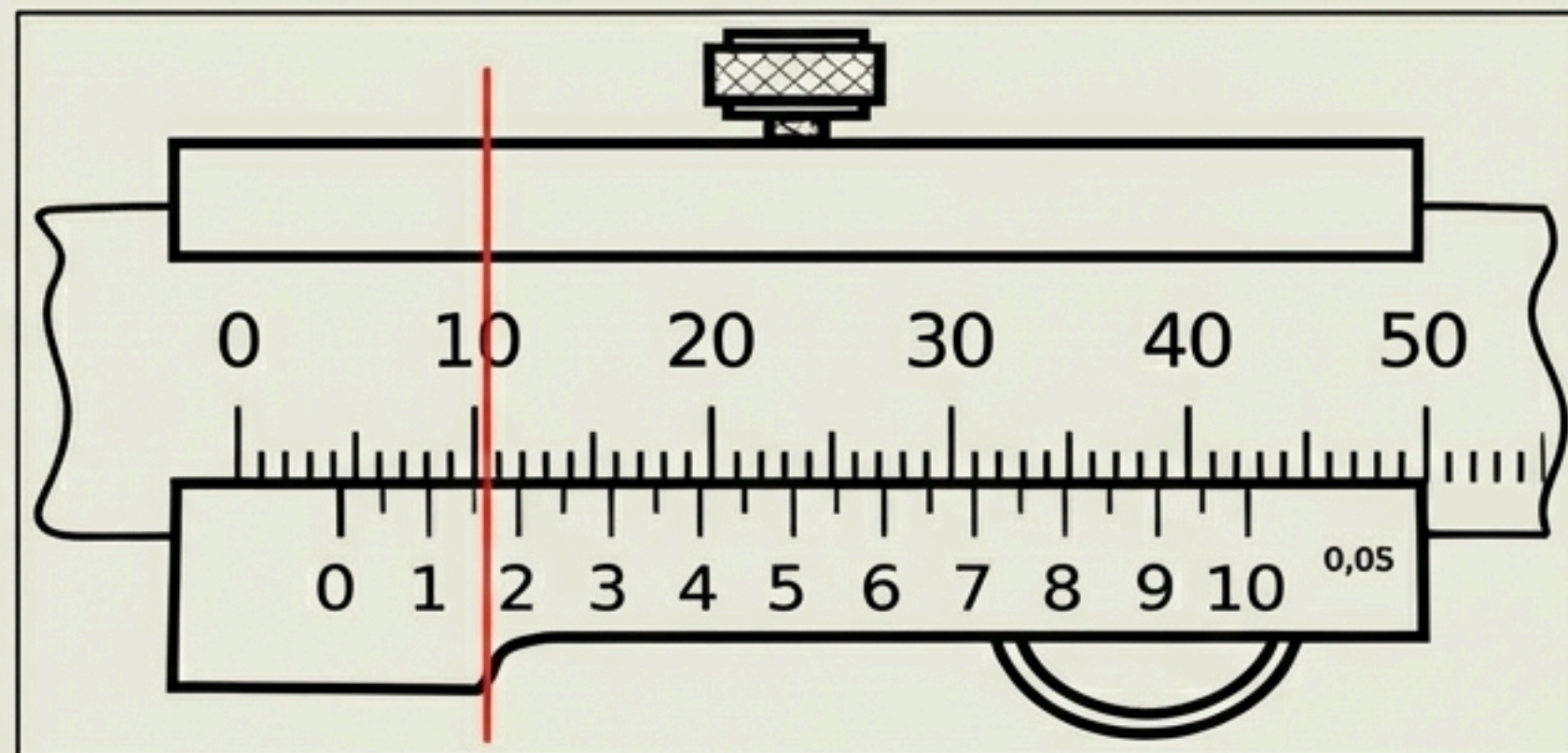
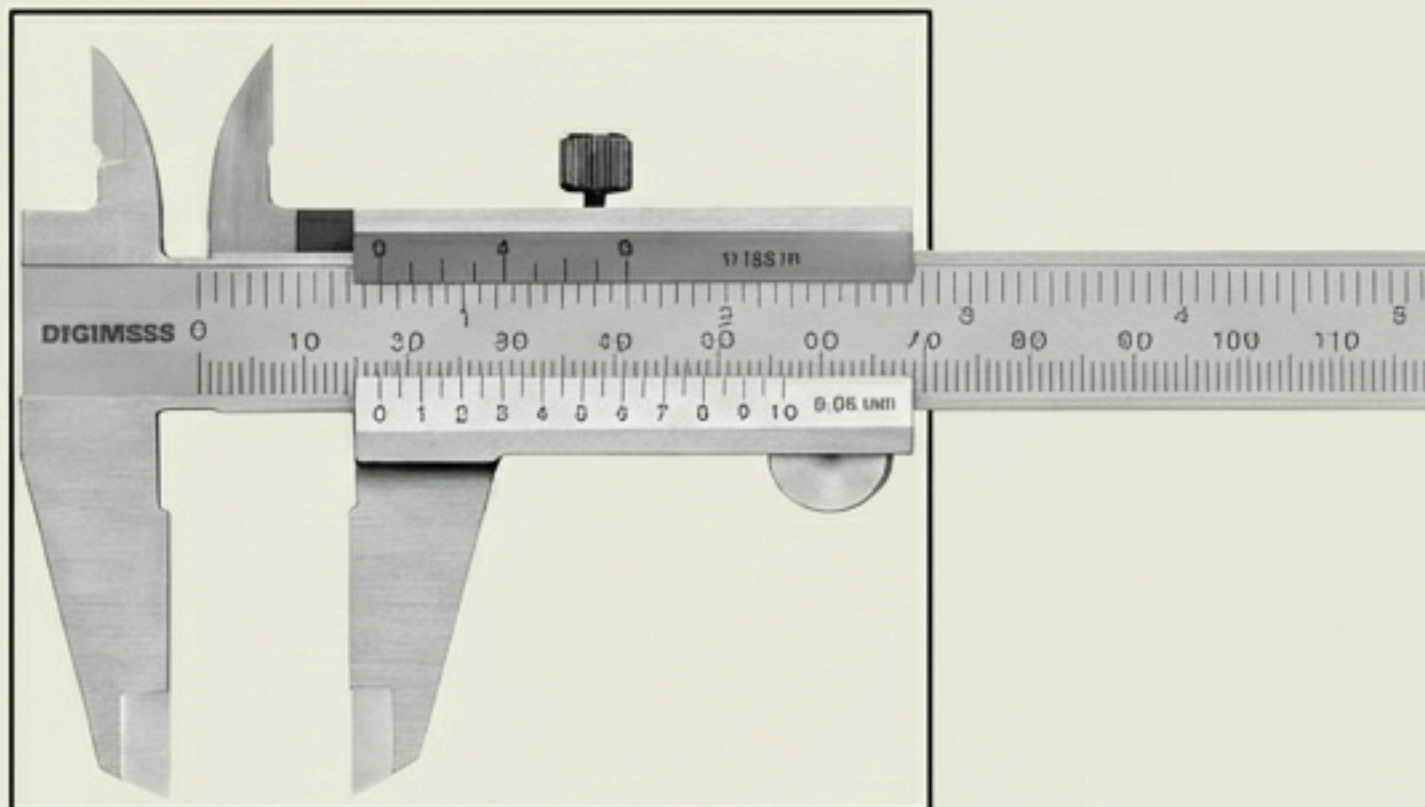


MDE = 0,2 A | E = 0,1 A

A agulha está exatamente sobre o 3. O algarismo duvidoso é revelado pelo erro de escala.

Resultado: $(3,0 \pm 0,1)$ A

Instrumentos de Alta Precisão: O Paquímetro



A Matemática da Leitura:

MDP (Escala Principal) = 1 mm

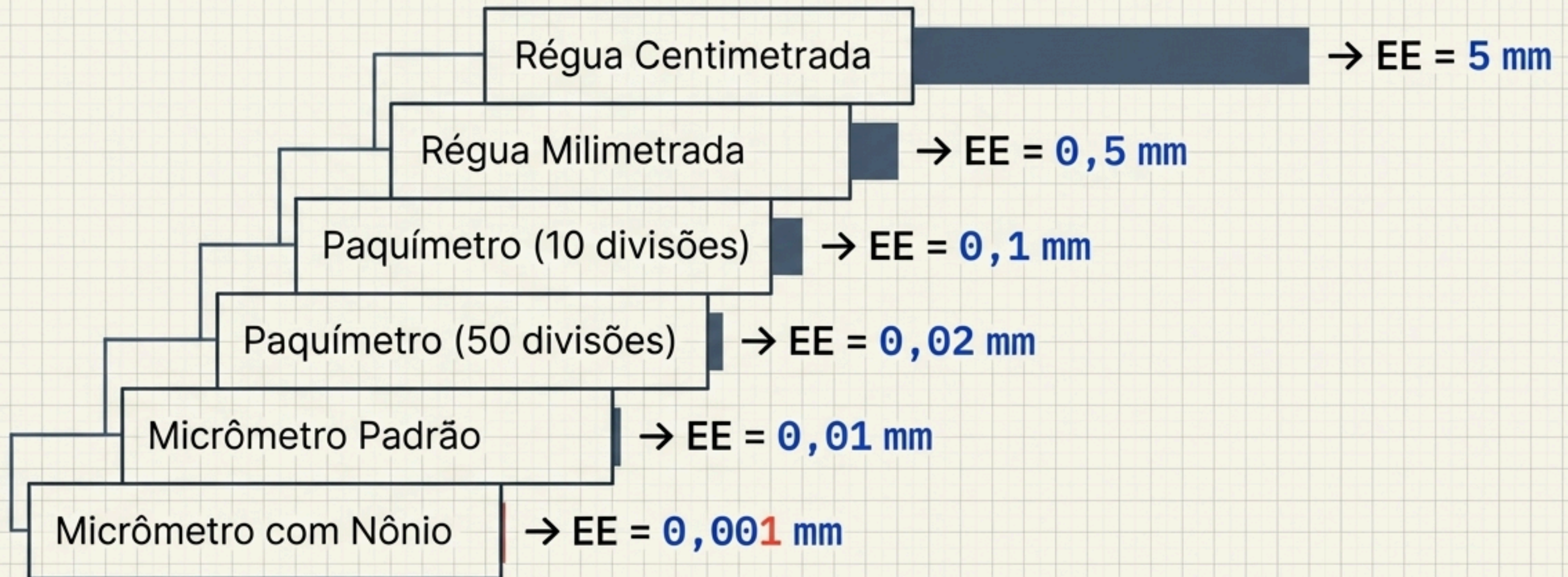
NDN (Divisões do Nônio) = 20

$$E = \text{MDP} / \text{NDN} = 1 / 20 = 0,05 \text{ mm}$$

1. O zero do nônio ultrapassou o 17mm na escala principal.
2. A linha do nônio que alinha perfeitamente é a marca de 0,45mm.
3. Resultado Final: **(17,45 ± 0,05) mm**

A Hierarquia da Precisão

Escolher o instrumento correto minimiza drasticamente o Erro de Escala.



Nota: Maior precisão geométrica exige maior cuidado técnico na manipulação mecânica do tambor ou cursor.

O Tratamento Estatístico (Erro Aleatório)

O **Erro Aleatório** exige a repetição das medidas (triplicatas ou mais).

Passo 1: O Valor Provável (Média)

Calcula-se a média aritmética simples das n medidas. Representa o valor central.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Passo 2: A Dispersão (Desvio Padrão - σ)

Indica a tendência de distribuição dos dados em torno da média.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Passo 3: A Confiança (Desvio Padrão da Média - σ_m)

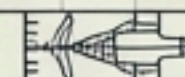
$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Passo 4: O Erro Final (Erro Aleatório Provável - E_a)

Multiplica-se pelo coeficiente de Student (t). Na ausência de instrução, t=1.

$$E_a = \pm t \cdot \sigma_m$$

$$\text{Fórmula Final: } E_a = \pm t \cdot \sigma_m$$



Avaliando a Exatidão: Erro Percentual (E_%)

É o indicador absoluto de quão longe uma medida está do valor teórico ou tabelado. Só pode ser calculado ao final de todas as medições.

$$E_{\%} = \left(\frac{| \text{medida} - \text{padrão} |}{\text{padrão}} \right) \cdot 100$$

Experimento	Resultado	Erro Percentual
A	$(12 \pm 4) \text{ m/s}^2$	22,3 %
C	$(9,79 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$	0,204 %
Padrão	$9,81 \text{ m/s}^2$	

Experimento C: Alta Exatidão
→ $(9,79 \pm 0,05) \text{ m/s}^2 = 0,204\%$

Experimento A: Baixa Exatidão
→ $(12 \pm 4) \text{ m/s}^2 = 22,3\%$

Propagação de Erros (Medidas Indiretas)

E se a grandeza y for calculada a partir de medições prévias (ex: Velocidade = Distância / Tempo)?
A incerteza se propaga através de derivadas parciais:

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots$$

Soma / Subtração

$$y = x_1 \pm x_2$$



$$E_p = E_1 + E_2$$

Multiplicação

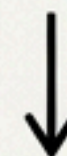
$$y = x_1 \cdot x_2$$



$$E_p = x_1 \cdot E_2 + x_2 \cdot E_1$$

Potência

$$y = x_1^n$$



$$E_p = n \cdot x_1^{n-1} \cdot E_1$$

Atenção: O **Erro Propagado (E_p)** obedece às mesmas regras de arredondamento do **Erro Total**.

As Duas Regras de Ouro do Arredondamento



1. O Limite de Significativos

O erro do resultado deve ter **APENAS UM** algarismo significativo. Este único algarismo ditará a posição da casa decimal do algarismo duvidoso da sua medida principal.



2. A Direção do Arredondamento

Sempre que precisar arredondar um erro para adequá-lo à regra de um algarismo, arredonde **PARA MAIS**.

Isso garante que a sua margem de incerteza abrace totalmente a flutuação estatística. Nunca subestime o erro científico. (Realize o arredondamento apenas no final das contas).

Auditoria de Resultados: Concordância no Duvidoso

É necessário haver concordância nas casas decimais entre a medida final e o seu erro.

Escritas Incorretas	Correção
$m = (3,2 \pm 0,05) \text{ g}$	$m = (3,20 \pm 0,05) \text{ g}$ (Adição do zero para alinhar a 2ª casa decimal)
$Abs = (4,88 \pm 0,3)$	$Abs = (4,9 \pm 0,3)$ (Arredondamento da medida para combinar com a 1ª casa decimal do erro)
$L = (12,841 \pm 0,052) \text{ m}$	$L = (12,84 \pm 0,06) \text{ m}$ (Erro arredondado para mais para conter 1 significativo; medida ajustada para combinar)

0 Padrão Científico Universal

Erro

0 **Erro Total ou Propagado**. Reduzido a 1 único algarismo significativo (arredondado para cima).

Grandeza = (resultado $\pm$ erro) unidade

Resultado

Valor medido ou calculado final, com suas casas decimais rigorosamente cortadas para concordar perfeitamente com a posição do erro.

Unidade

A unidade do Sistema Internacional (SI) fora dos parênteses, aplicando-se a ambos os valores.

A metrologia é a linguagem universal da confiança científica.