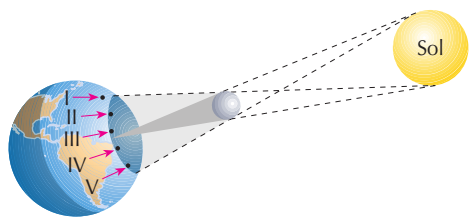
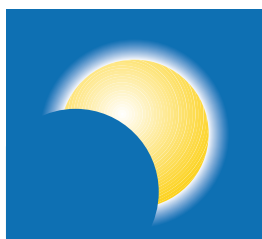


T. 223 (Enem-MEC) A figura abaixo mostra um eclipse solar no instante em que é fotografado em cinco diferentes pontos do planeta.



Três dessas fotografias estão reproduzidas abaixo.

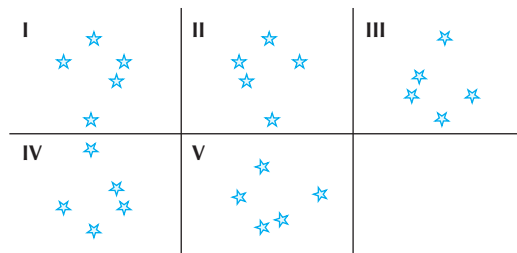


As fotos poderiam corresponder, respectivamente, aos pontos:

- a) III, V e II d) I, II e III
b) II, III e V e) I, II e V
c) II, IV e III

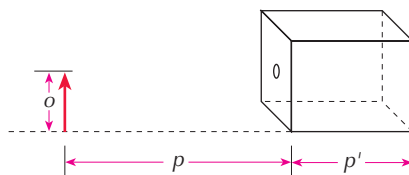
T. 224 O orifício de uma câmara escura está voltado para o céu, numa noite estrelada. A parede oposta ao orifício é feita de papel vegetal translúcido. Um observador que está atrás da câmara, se olhasse diretamente para o céu, veria o Cruzeiro do Sul conforme o esquema I.

Olhando a imagem no papel vegetal, por trás da câmara, o observador vê o Cruzeiro conforme o esquema:

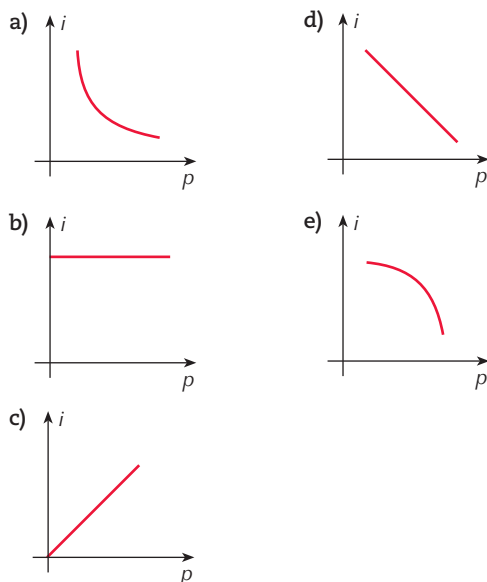


- a) I c) III e) V
b) II d) IV

T. 225 (Cesgranrio-RJ) O esquema abaixo representa um objeto situado em frente a uma câmara escura com orifício. No esquema, o é a altura do objeto, p a distância do objeto ao orifício da câmara e p' a distância do orifício à imagem ou o comprimento da caixa. Esse dispositivo ilustra como funciona uma máquina fotográfica, onde a luz atravessa o diafragma e atinge o filme, sensibilizando-o.



Chamando a altura da imagem formada de i , o gráfico que melhor representa a relação entre i e p é:



Capítulo 11

Reflexão da luz. Espelhos planos

Os espelhos planos são superfícies planas e polidas, capazes de refletir regularmente a luz. As imagens de objetos reais formadas nesses espelhos são virtuais.

11.1 Reflexão da luz. Leis da reflexão

Quando a luz incide na superfície lisa de um corpo opaco, o fenômeno óptico predominante é a reflexão regular.

11.2 Imagens em um espelho plano

Em um espelho plano, objeto e imagem têm as mesmas dimensões e equidistam da superfície refletora.

11.3 Deslocamento de um espelho plano

O deslocamento de um espelho produz o movimento simultâneo da imagem que ele conjuga.

11.4 Imagens de um objeto entre dois espelhos planos

As diversas reflexões da luz em dois espelhos planos produzem um conjunto de imagens para um único objeto.

Podemos perceber a reflexão regular da luz em outras superfícies que não os espelhos. Na superfície de um lago cuja água se encontra em repouso podemos observar a reflexão regular da luz proveniente de um objeto que se encontra na margem. Objeto e imagem têm mesmo tamanho e são simétricos em relação à superfície refletora.



Seção 11.1

Objetivos

- ▶ Analisar o fenômeno da reflexão regular.
- ▶ Enunciar as leis da reflexão.

Termos e conceitos

- superfície refletora
- ângulo de incidência
- ângulo de reflexão
 - reta normal
 - estigmático
 - astigmático

Reflexão da luz. Leis da reflexão

Vimos que a luz, propagando-se num meio 1 e incidindo sobre a superfície S de separação com um meio 2, apresenta simultaneamente os fenômenos: reflexão regular, reflexão difusa, refração e absorção.

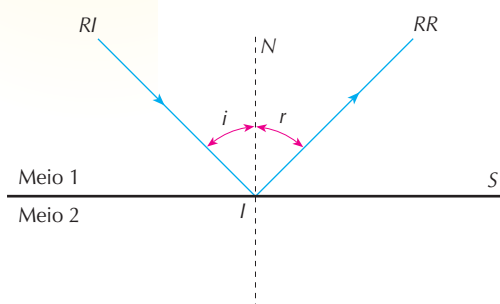
A reflexão regular é o fenômeno predominante quando o meio 2 é opaco e a superfície de separação S é polida. Nessas condições, a superfície S recebe o nome de **superfície refletora** ou **espelho**.

De acordo com a forma da superfície S , os espelhos podem ser planos ou curvos (esféricos, parabólicos etc.).

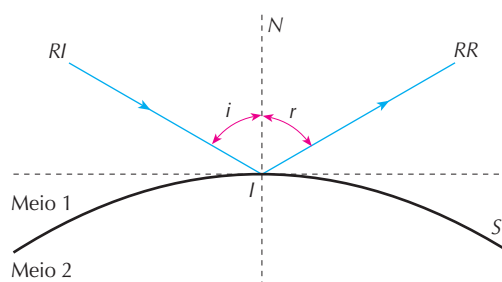
Nos espelhos comumente usados, a superfície refletora é obtida pela deposição de uma película de prata sobre uma das faces de uma lâmina de vidro. Essa lâmina tem por finalidade proteger a película refletora e, no caso dos espelhos curvos, facilitar a obtenção da curvatura desejada.

Consideremos a reflexão de um raio de luz numa superfície S (fig. 1). Seja RI o raio incidente no ponto I da superfície S , o qual forma com a normal à superfície (N) o ângulo de incidência i . O raio refletido RR , que se individualiza após a reflexão, forma com a normal N o ângulo de reflexão r .

A S : superfície plana



B S : superfície curva



▲ **Figura 1.** Reflexão da luz: RI – raio incidente; RR – raio refletido; I – ponto de incidência; N – normal a S no ponto I ; i – ângulo de incidência; r – ângulo de reflexão.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Feixe de *laser* sendo refletido por espelhos planos. ▶

A reflexão da luz é regida pelas leis enunciadas a seguir.

Primeira lei:

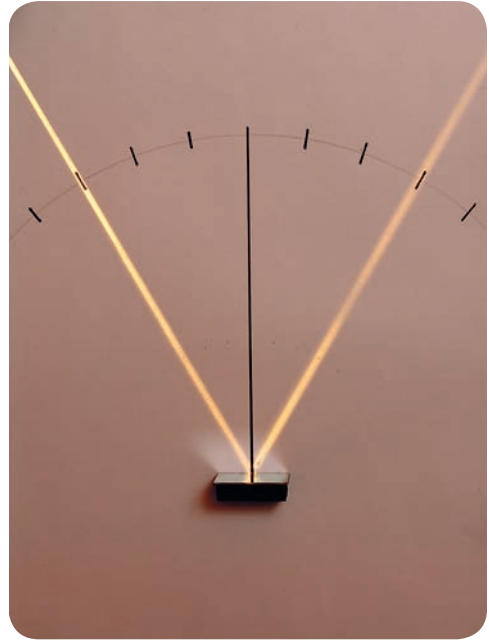
O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

Segunda lei:

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: $r = i$.

Com o auxílio dessas leis, explicaremos a formação de imagens nos espelhos planos e nos esféricos.

Os ângulos de reflexão e de incidência são iguais. ➤



EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 67 Um raio de luz incide num espelho plano, formando com sua superfície um ângulo de 40° . Qual é o correspondente ângulo de reflexão?

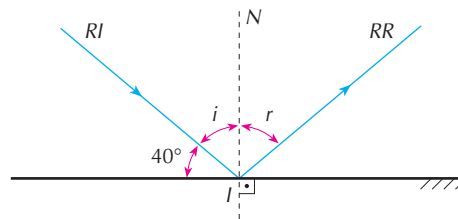
Solução:

Sendo N normal à superfície do espelho, temos:

$$40^\circ + i = 90^\circ \Rightarrow i = 50^\circ$$

Mas como $r = i$, temos: $r = 50^\circ$

Resposta: $r = 50^\circ$

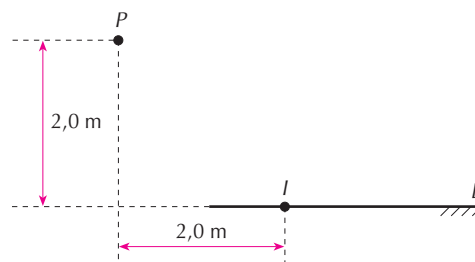


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 226 Um raio de luz reflete-se num espelho plano. O ângulo entre os raios incidente e refletido é de 40° . Determine o ângulo de incidência e o ângulo que o raio refletido forma com a superfície do espelho.

P. 227 O ângulo que o raio de luz refletido forma com um espelho plano é a metade do ângulo de incidência. Determine o ângulo de reflexão.

P. 228 Um raio de luz incide no ponto I de um espelho plano E e, após a reflexão, passa pelo ponto P . Determine o ângulo de incidência.



Imagens em um espelho plano

Objetivos

- Compreender a formação de imagens de pontos e objetos extensos nos espelhos planos.
- Determinar o campo visual de um espelho plano em relação a um observador.

Termos e conceitos

- ponto-imagem
- ponto-objeto
- ponto real
- ponto virtual
- enantiomorfismo
- campo visual

1 Imagem de um ponto

Considere um ponto P luminoso ou iluminado colocado na frente de um espelho plano E . Os raios de luz refletidos pelo espelho e provenientes de P podem ser determinados pelas leis da reflexão. Sejam, por exemplo, os seguintes raios incidentes (fig. 2):

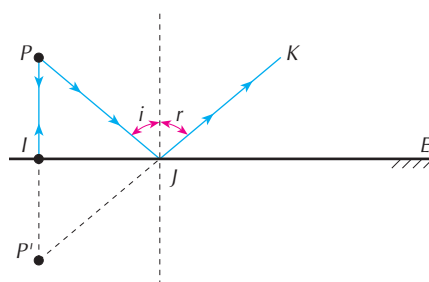


Figura 2. $PI = P'I$

- 1ª) **raio incidente PI normal** ao espelho ($i = 0^\circ$) – o raio refletido IP é também normal ao espelho ($r = i = 0^\circ$);
- 2ª) **raio incidente PJ qualquer** – o raio refletido JK é tal que $r = i$.

A interseção dos prolongamentos dos raios refletidos IP e JK determina um ponto P' . Da igualdade entre os triângulos PIJ e $P'IJ$ resulta:

$$PI = P'I$$

Ou seja: P e P' são pontos equidistantes do espelho.

Por outro lado, sendo qualquer o raio incidente PJ , podemos concluir:

Os prolongamentos de todos os raios refletidos no espelho, provenientes de P , passam por P' (fig. 3).

Quando o feixe refletido no espelho chega aos olhos de um observador (fig. 3), esse feixe parece originar-se em P' . Assim, o observador vê P' .

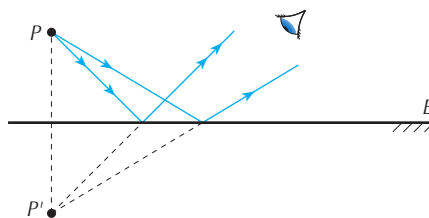


Figura 3. Os prolongamentos dos raios refletidos passam por P' .

O ponto P' , definido pela interseção de raios emergentes do espelho, é denominado **ponto-imagem**, em relação ao espelho. O ponto P , definido pela interseção de raios incidentes sobre o espelho, é denominado **ponto-objeto**, em relação ao espelho.

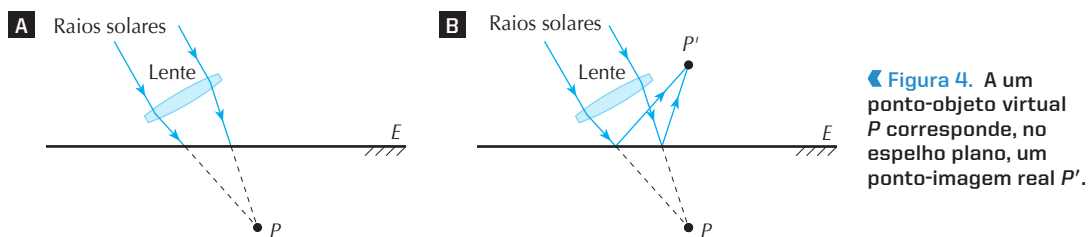
O ponto P , definido pela **interseção efetiva dos raios incidentes sobre o espelho**, é um **ponto-objeto real**. O ponto P' , definido pela **interseção dos prolongamentos dos raios emergentes** (refletidos), é um **ponto-imagem virtual**.

Genericamente, temos:

Ponto real – interseção efetiva de raios luminosos.

Ponto virtual – interseção de prolongamentos de raios luminosos.

Considere um feixe de luz convergente incidindo sobre o espelho, como se representa na **figura 4A**. Os correspondentes raios refletidos são mostrados na **figura 4B**. O ponto-objeto P é definido pelo cruzamento de prolongamentos de raios incidentes, sendo, pois, virtual. O ponto P' é um ponto-imagem real, pois é definido pela interseção efetiva dos raios refletidos.



« **Figura 4.** A um ponto-objeto virtual P corresponde, no espelho plano, um ponto-imagem real P' .

Portanto, no espelho plano, quando o objeto é virtual, a imagem é real.

Os pontos-imagens reais, por serem definidos pela interseção efetiva de raios emergentes, podem ser projetados sobre anteparos.

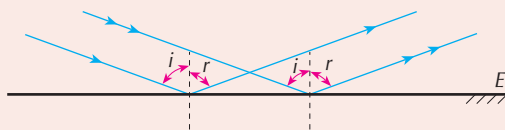
Resumindo:

Espelho plano

- O ponto-objeto P e o ponto-imagem P' são equidistantes do espelho.
- Pontos-objetos e pontos-imagens têm naturezas contrárias: se o objeto é real, a imagem é virtual e vice-versa.

Observação

- ^{1ª} O ponto-objeto P e o ponto-imagem P' são **simétricos** em relação ao espelho, pois estão numa mesma perpendicular à superfície do espelho e são equidistantes dessa superfície, estando um de um lado e o outro do lado oposto.
- ^{2ª} O espelho plano é um sistema **estigmático**, isto é, a um ponto-objeto conjuga um único ponto-imagem. Existem sistemas que a um ponto-objeto conjugam uma mancha luminosa. Tais sistemas são ditos **astigmáticos**.
- ^{3ª} Os conceitos de ponto-objeto e ponto-imagem, real ou virtual, são válidos para outros sistemas ópticos (espelhos esféricos, dioptros, lentes etc.).
- ^{4ª} Se o feixe incidente sobre o espelho plano for paralelo, o correspondente feixe refletido é também paralelo (**fig. 5**). Nesse caso, dizemos que o ponto-objeto e o ponto-imagem são **pontos impróprios**.



« **Figura 5.** Ponto-objeto e ponto-imagem são pontos impróprios.



Entre na rede

No endereço eletrônico <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/plano/plano.htm> (acesso em agosto/2009) você pode verificar as propriedades da formação de imagens num espelho plano.

2

Imagem de um objeto extenso

Um objeto extenso é um conjunto de pontos-objeto $(A, B, C, \dots)$. A esses pontos, o espelho conjuga pontos-imagem simétricos $(A', B', C', \dots)$ que constituem a imagem do objeto extenso (fig. 6). Decorre desse fato que objeto e imagem têm as mesmas dimensões e equidistam do espelho.

Quando o objeto extenso é assimétrico (**não admite nenhum plano que o divida em duas partes iguais**), a imagem obtida **não se superpõe** ao objeto. Por exemplo, a imagem da mão direita colocada na frente do espelho é uma mão esquerda. Nesse caso, objeto e imagem no espelho plano constituem figuras **enantiomorfas** (“formas contrárias”).

A foto abaixo à direita mostra como aparece no espelho plano a imagem de uma palavra escrita. O espelho plano não inverte a imagem, apenas troca a direita pela esquerda e vice-versa.

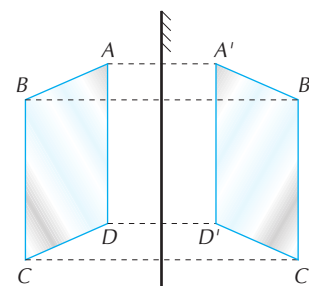
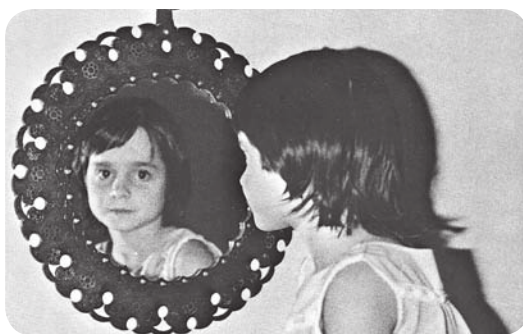


Figura 6. Imagem e objeto têm dimensões iguais e são equidistantes do espelho.



O espelho plano fornece, de um objeto real, imagem virtual e de mesmas dimensões.



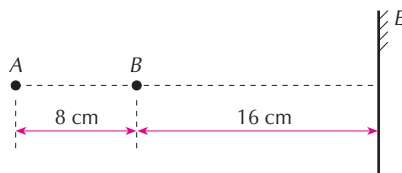
A imagem e o objeto no espelho plano são figuras enantiomorfas.

Entre na rede No endereço eletrônico <http://www.ludoteca.if.usp.br/ripe/> (acesso em agosto/2009), clicando em “Espelho Plano” você pode simular a formação de imagens em espelhos planos.

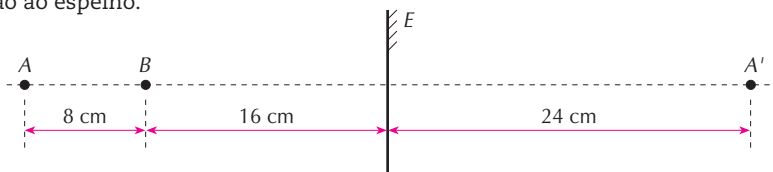
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 68 Dois pontos luminosos A e B estão diante de um espelho plano E . Qual é a distância entre o ponto B e a imagem do ponto A ?

Solução:



Em primeiro lugar localizamos a imagem A' do ponto A , lembrando que A e A' são simétricos em relação ao espelho.

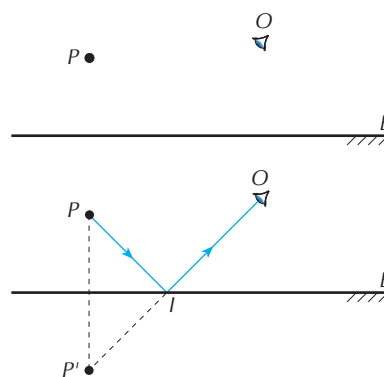


Nessas condições, a distância entre A' e o espelho é de 24 cm e a distância entre B e A' será:

$$BA' = 16 + 24 \Rightarrow BA' = 40 \text{ cm}$$

Resposta: 40 cm

- R. 69** Na figura tem-se um ponto luminoso P, um espelho plano E e um observador O. Trace um raio proveniente de P e que atinja O.



Solução:

Em primeiro lugar achamos P' , imagem de P. Lembre-se de que P e P' são simétricos em relação ao espelho. A seguir unimos O a P' . O segmento OP' corta o espelho E no ponto I. Finalmente ligamos P a I, produzindo a figura ao lado:

- R. 70** Uma pessoa de altura H acha-se defronte de um espelho plano retangular e vertical. Sendo h a distância do olho do observador (O) ao solo, determine:

- a menor altura d que esse espelho deve ter para que o observador possa ver a si mesmo dos pés à cabeça;
- a distância r a que a borda inferior do espelho deve ser mantida do solo;
- se as distâncias d e r dependem da distância do observador ao espelho.

Solução:

Representamos pelo segmento $\overline{AB}$ a pessoa de altura H postada diante do espelho. Construímos, conforme o exercício R.69, os raios provenientes dos extremos A e B que chegam ao olho O do observador. Se o espelho tiver, no mínimo, altura CD, o observador vê A' e B' . Seja x a distância do objeto ao espelho, que é igual à distância da imagem ao espelho.

- a) Sendo semelhantes os triângulos OCD e $OA'B'$, temos:

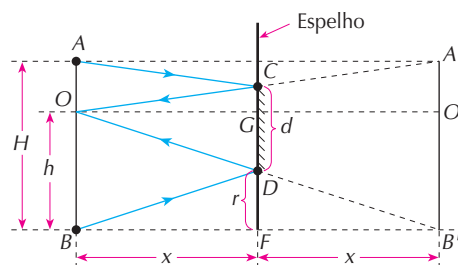
$$\frac{CD}{A'B'} = \frac{OG}{OO'} \Rightarrow \frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow d = \frac{H}{2}$$

- b) Da semelhança dos triângulos $B'DF$ e $B'OB$, obtemos:

$$\frac{DF}{OB} = \frac{B'F}{B'B} \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow r = \frac{h}{2}$$

- c) Os resultados obtidos mostram que as distâncias d e r **não dependem** da distância x do observador ao espelho.

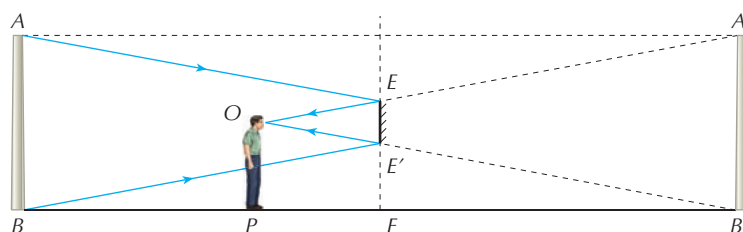
Respostas: a) $d = \frac{H}{2}$; b) $r = \frac{h}{2}$; c) d e r não dependem da distância do observador ao espelho.



- R. 71** Uma pessoa mantém diante dos olhos, a 20 cm de distância, um espelho vertical, de modo a ver nele a imagem de um poste vertical de 4,4 m de altura situado exatamente a 1,8 m atrás de si. Qual é a mínima dimensão vertical que esse espelho deve ter para que a pessoa veja inteiramente a imagem do poste?

Solução:

Primeiro desenhamos o objeto (poste) diante do espelho, sua imagem e os raios luminosos que permitem ao observador vê-la:



A situação esquematizada corresponde ao tamanho mínimo EE' do espelho para que o observador possa ver inteiramente a imagem $A'B'$ do poste de altura AB.

Por semelhança dos triângulos OEE' e $OA'B'$, temos: $\frac{A'B'}{EE'} = \frac{PB'}{PF}$

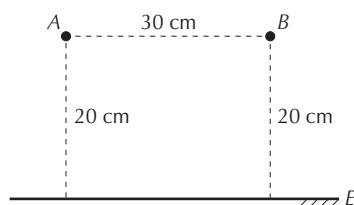
Sabe-se que $AB = A'B' = 4,4$ m; $BF = FB' = 1,8$ m + $0,2$ m = 2 m (pois a imagem e o objeto são simétricos em relação à superfície do espelho) e $PF = 20$ cm = $0,2$ m. Portanto, temos:

$$\frac{4,4}{EE'} = \frac{2,2}{0,2} \Rightarrow EE' = 0,4 \text{ m}$$

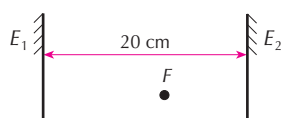
Resposta: 0,4 m ou 40 cm

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 229** Dois pontos luminosos A e B estão diante de um espelho plano E, conforme a figura. Qual é a distância entre o ponto B e a imagem do ponto A?



- P. 230** (UFF-RJ) Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2 , estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa F, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura. Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2 .



- P. 231** Um jogador de basquete com 2,10 m de altura olha-se no espelho plano vertical do vestiário e percebe que esse espelho tem o tamanho exato para permitir a ele visualizar inteiramente sua imagem, independentemente da distância dele ao espelho. Determine:

- a altura do espelho;
- a distância de sua borda inferior ao solo, sabendo que a distância do topo da cabeça aos olhos do jogador é 12 cm.

- P. 232** A 1,5 m de distância de um espelho plano vertical, situa-se um observador que visa o espelho. Atrás do observador e a 0,5 m dele, situa-se um jarão de altura igual a 1,4 m. Determine a altura mínima do espelho para que, convenientemente colocado, permita ao observador ver inteiramente a imagem do jarão.

- P. 233** A imagem de uma árvore cobre exatamente o tamanho de um espelho plano de 5 cm, quando o mantemos vertical a 30 cm dos olhos. A árvore está a 90 m do espelho. Qual é a sua altura?

3 Campo visual de um espelho plano

Consideremos um observador diante de um espelho plano. Por reflexão no espelho, o observador vê certa região do espaço. Essa região chama-se **campo visual do espelho** em relação ao olho O do observador.

Seja P um ponto desse campo. Vamos considerar um raio de luz que incida sobre o espelho, proveniente de P , e ao ser refletido, passe por O (fig. 7A). O prolongamento do raio incidente PI passa por O' , imagem de O em relação ao espelho.

Pertencem ao campo visual todos os pontos P tais que os segmentos $\overline{PO'}$ interceptem o espelho. Nessas condições, as retas que passam por O' e pelos extremos do espelho, juntamente com o próprio espelho, delimitam o campo visual desse espelho em relação a O (fig. 7B).

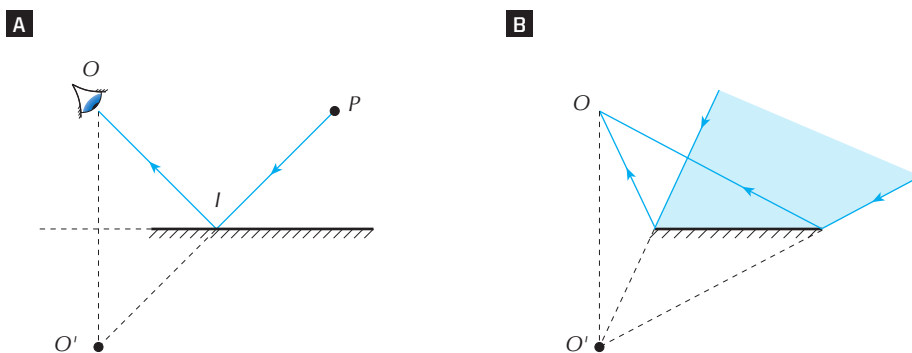
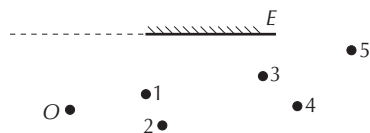


Figura 7. A região sombreada é o campo visual do espelho em relação a O .

O campo visual depende do tamanho e da posição do espelho e da posição do olho do observador.

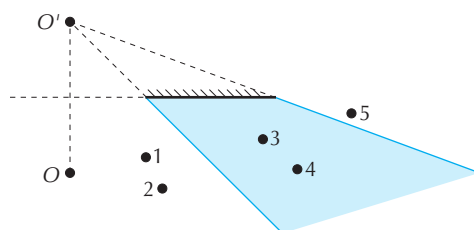
EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 72 Um observador O está olhando para o espelho plano E da figura. Quais dos pontos numerados ele poderá ver por reflexão no espelho?



Solução:

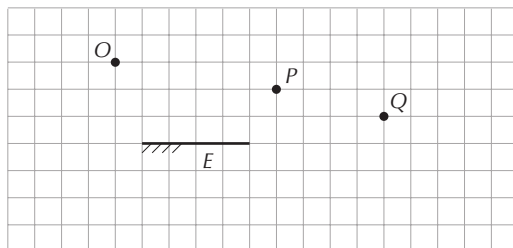
Basta construir o campo visual de O em relação a E , como indicado na figura abaixo. Portanto o observador vê, por reflexão no espelho, os pontos 3 e 4.



Resposta: 3 e 4

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

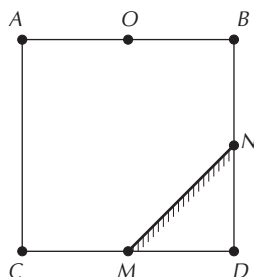
P. 234 (Efoa-MG) Um observador O e dois objetos P e Q posicionam-se em relação a um pequeno espelho plano E , como ilustra a figura.



Nessas condições, responda e justifique:

- Existem as imagens de O , P e Q ?
- Se existirem, o observador O poderá vê-las da posição em que se encontra?

P. 235 Um observador O encontra-se no meio da parede AB de uma sala quadrada $ABCD$, na qual existe um espelho plano vertical MN . Sendo M o ponto médio de $\overline{CD}$ e N o ponto médio de $\overline{BD}$, qual (ou quais) canto(s) da sala (A , B e C) poderá(ão) ser visto(s) por O , por reflexão, no espelho?



Seção 11.3

Objetivos

- ▶ Analisar a relação entre a distância que um espelho plano translada e o correspondente deslocamento da imagem de um objeto fixo.
- ▶ Descrever a relação entre a velocidade de translação de um espelho plano e a velocidade de translação da imagem.
- ▶ Associar o ângulo de rotação da imagem de um ponto-objeto fixo ao ângulo de rotação do espelho.

Termos e conceitos

- translação de um espelho
- rotação de um espelho

Deslocamento de um espelho plano

1 Translação de um espelho plano

Um ponto-objeto P fixo está diante de um espelho plano. Se o espelho sofrer uma translação de uma distância d , passando da posição A para a posição B , a imagem de P passa de P_1 para P_2 , sofrendo um deslocamento D , no mesmo sentido do espelho (fig. 8).

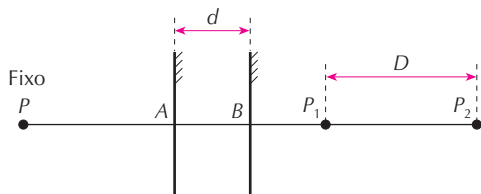


Figura 8. Translação de um espelho plano: $D = 2d$.

Vamos demonstrar que: $D = 2d$

Na figura 8, temos: $D = P_1P_2 = PP_2 - PP_1$ ①

Como a imagem é simétrica ao objeto em relação à superfície do espelho, podemos escrever:

$$PP_2 = 2PB \quad \text{②} \qquad PP_1 = 2PA \quad \text{③}$$

Substituindo-se ② e ③ em ①, obtemos:

$$D = 2PB - 2PA \Rightarrow D = 2(PB - PA)$$

Sendo $PB - PA = d$, concluímos que: $D = 2d$

Observação

Como o deslocamento do espelho e o da imagem são simultâneos, isto é, ocorrem no mesmo intervalo de tempo, a propriedade estabelecida para esses deslocamentos pode ser estendida para as velocidades. Assim, sendo v_e a velocidade do espelho e v_i a velocidade da imagem, em relação ao objeto fixo, podemos escrever:

$$v_i = 2v_e$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 73** Uma pessoa está de pé diante de um espelho vertical. Se o espelho, mantendo-se na vertical, afastar-se de uma distância $d = 30$ cm da pessoa, o que sucede à imagem que ela vê no espelho?

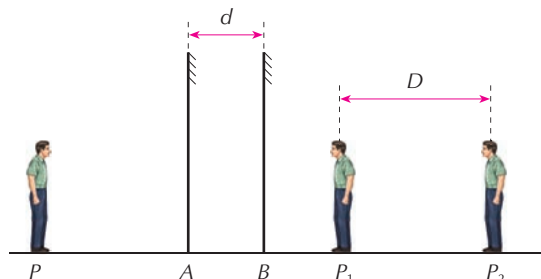
Solução:

Na figura, representam-se a pessoa P e as suas imagens P_1 e P_2 fornecidas pelo espelho em suas duas posições. Observe que a imagem sofreu um deslocamento D no mesmo sentido que o espelho.

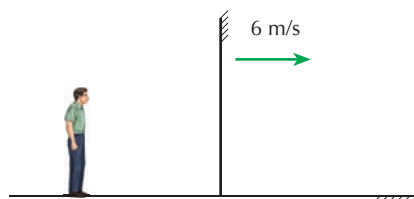
Sendo $D = 2d$, resulta:

$$D = 2 \cdot 30 \Rightarrow D = 60 \text{ cm}$$

Resposta: A imagem sofre um deslocamento de 60 cm no mesmo sentido do espelho.



- R. 74** Um espelho plano vertical desloca-se com velocidade de módulo 6 m/s, afastando-se de uma pessoa que está parada em relação ao solo. Determine o módulo da velocidade da imagem da pessoa em relação:
- ao solo;
 - ao espelho.



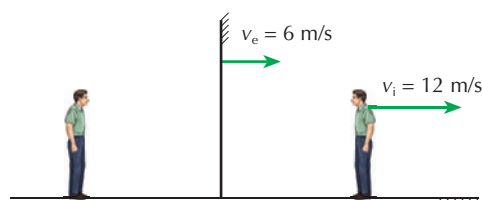
Solução:

- a) A velocidade da imagem em relação ao solo é o dobro da velocidade do espelho: $v_i = 2v_e$

Sendo $v_e = 6$ m/s, resulta: $v_i = 12$ m/s

- b) O espelho e a imagem deslocam-se no mesmo sentido, em relação ao solo. Nessas condições, o módulo da velocidade da imagem em relação ao espelho (v'_i) é dado pela diferença entre os módulos das velocidades da imagem (v_i) e do espelho (v_e):

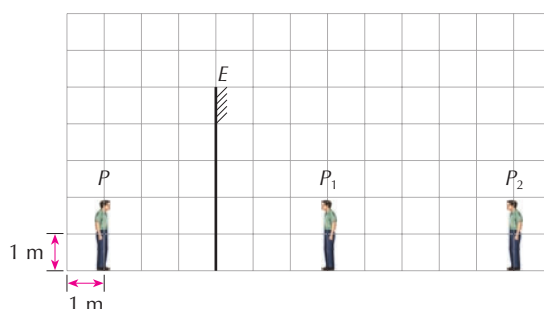
$$v'_i = v_i - v_e \Rightarrow v'_i = 12 - 6 \Rightarrow v'_i = 6 \text{ m/s}$$



Respostas: a) 12 m/s; b) 6 m/s

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 236** (UnB-DF) Um espelho plano fornece uma imagem de um objeto situado a uma distância de 10 cm do espelho. Afastando-se o espelho 20 cm em uma direção normal ao seu plano, que distância separará a antiga imagem da nova imagem?
- P. 237** Um espelho plano se afasta de um objeto parado em relação à Terra com velocidade de translação de 10 m/s. Determine a velocidade da imagem em relação:
- ao objeto;
 - ao espelho.
- P. 238** Um motorista, viajando a 50 km/h, observa no espelho plano retrovisor a imagem de um poste na estrada. Qual é a velocidade dessa imagem:
- em relação à estrada?
 - em relação ao motorista?
- P. 239** Uma pessoa P está parada diante de um espelho plano vertical E . Deseja-se que a imagem da pessoa passe da posição P_1 para a posição P_2 . De que distância deve-se transladar o espelho?



2 Rotação de um espelho plano

Um raio de luz I incide sobre um espelho plano e, ao refletir, origina o raio R_1 . Se o espelho girar de um ângulo α , em torno de um eixo pertencente ao seu plano, conforme mostra a **figura 9**, ao mesmo raio incidente passa a corresponder um novo raio refletido R_2 . Vamos demonstrar que o ângulo de rotação Δ do raio refletido é igual ao dobro do ângulo de rotação α do espelho:

$$\Delta = 2\alpha$$

Seja i_1 o ângulo de incidência (e de reflexão) na primeira posição do espelho e i_2 o ângulo de incidência (e de reflexão) na segunda posição do espelho (**fig. 10**). O ângulo formado pelas normais N_1 e N_2 nas duas posições do espelho também é α .

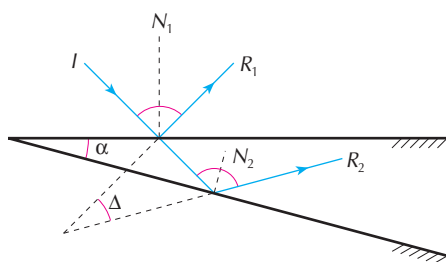


Figura 9. Rotação de um espelho plano: $\Delta = 2\alpha$.

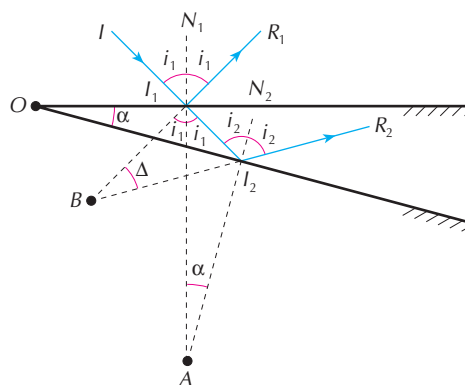


Figura 10.

No triângulo AI_1I_2 , o ângulo externo i_2 é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes (α e i_1):

$$i_2 = \alpha + i_1 \Rightarrow \alpha = i_2 - i_1 \quad (1)$$

No triângulo BI_1I_2 , o ângulo externo $2i_2$ é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes ($2i_1$ e Δ):

$$2i_2 = 2i_1 + \Delta \Rightarrow \Delta = 2i_2 - 2i_1 \Rightarrow \Delta = 2(i_2 - i_1) \quad (2)$$

Comparando ① e ②, vem: $\Delta = 2\alpha$

Ao girar o espelho de um ângulo α , a imagem de um ponto-objeto fixo P gira de um ângulo $\Delta = 2\alpha$, descrevendo um arco de circunferência de raio OP (**fig. 11**).

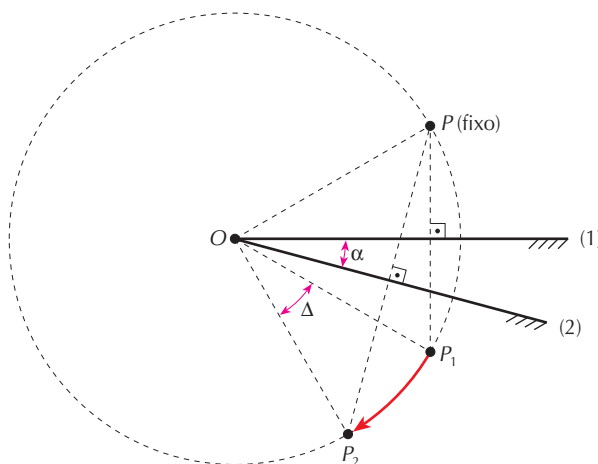
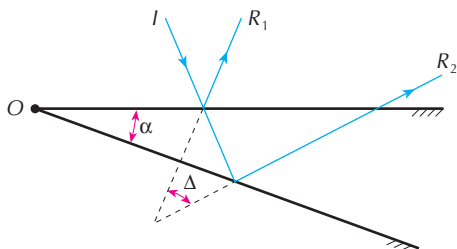


Figura 11.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 75** Um raio de luz incide num espelho plano. Gira-se o espelho de um ângulo α em torno de um eixo pertencente ao espelho e perpendicular ao plano de incidência da luz. O ângulo formado pelos raios refletidos antes e após a rotação é de 40° . Determine o valor do ângulo α .



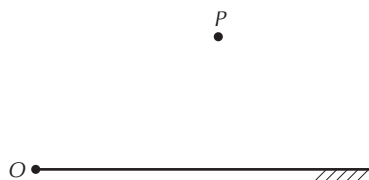
Solução:

Sabemos que $\Delta = 2\alpha$. Sendo $\Delta = 40^\circ$, vem:

$$\Delta = 2\alpha \Rightarrow 40^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

Resposta: $\alpha = 20^\circ$

- R. 76** Um ponto-objeto P está diante de um espelho plano, conforme a figura. Gira-se o espelho de um ângulo de 30° em torno do eixo O , no sentido horário. O correspondente ponto-imagem descreve um arco de circunferência passando da posição inicial P_1 para a posição final P_2 .

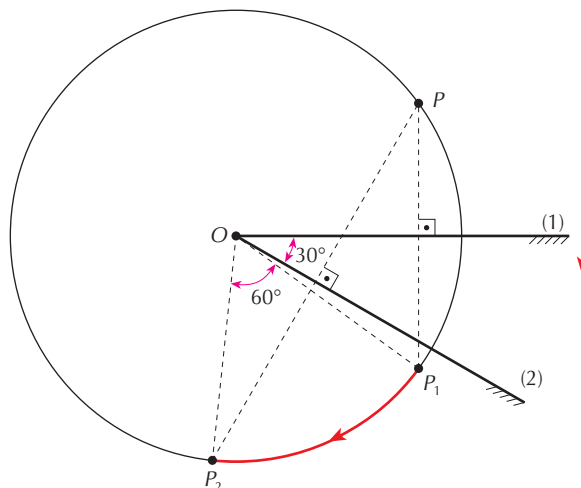


- a) Faça um esquema em que comparem o espelho na posição inicial e na posição final, o ponto-objeto P e os pontos-imagens P_1 e P_2 .

- b) Determine a velocidade angular média do ponto-imagem, sabendo-se que o espelho gasta 2 s para descrever essa rotação.

Solução:

- a) Abaixo, apresentamos o esquema pedido. Note que os pontos P , P_1 e P_2 pertencem a uma circunferência de centro O e raio OP . O espelho gira um ângulo $\alpha = 30^\circ$ e o ponto-imagem descreve um ângulo $\Delta = 60^\circ$, pois $\Delta = 2\alpha$.



- b) A velocidade angular média é dada pelo quociente entre o ângulo descrito pelo ponto-imagem ($\Delta = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$) e o correspondente intervalo de tempo ($\Delta t = 2 \text{ s}$):

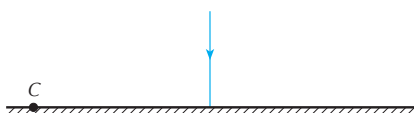
$$\omega_m = \frac{\Delta}{\Delta t} \Rightarrow \omega_m = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2} \Rightarrow \omega_m = \frac{\pi}{6} \text{ rad/s}$$

Respostas: a) esquema; b) $\frac{\pi}{6} \text{ rad/s}$

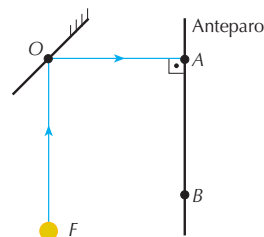
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 240** Um raio de luz vertical incide num espelho plano horizontal. Gira-se o espelho de um ângulo de 25° em torno de um eixo horizontal. Determine o ângulo formado pelos raios refletidos antes e após a rotação.

- P. 241** (UFC-CE) Um feixe de luz vertical incide sobre um espelho plano horizontal conforme a figura. O espelho gira 30° em torno de um eixo perpendicular ao plano do papel, passando pelo ponto C . Determine a velocidade angular média do raio refletido, sabendo-se que o espelho gasta 3 segundos para descrever essa rotação.



- P. 242** Um raio de luz proveniente de uma fonte F incide num espelho plano e, após refletir-se, ilumina o ponto A de um anteparo, conforme o esquema abaixo. Sabe-se que $OA = AB$.



Girando-se o espelho em torno do eixo O e no sentido horário, qual deve ser o ângulo de rotação para que o novo raio refletido ilumine o ponto B ?

Seção 11.4

Objetivos

► Determinar o número de imagens geradas por um objeto entre dois espelhos planos que formam um ângulo qualquer entre si.

► Analisar o funcionamento de um periscópio.

Termos e conceitos

- ângulo morto
- periscópio

Imagens de um objeto entre dois espelhos planos

Coloquemos um ponto P luminoso ou iluminado entre dois espelhos planos E_1 e E_2 , cujas superfícies refletoras formam um ângulo α entre si (fig. 12).

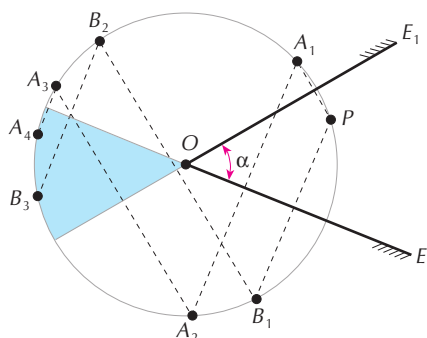


Figura 12. Formação de imagens em dois espelhos.

As várias reflexões da luz proveniente de P dão origem à formação de dois conjuntos de imagens:

- um que se inicia por reflexão no espelho E_1 (imagem A_1), a seguir em E_2 (imagem A_2), e assim por diante;
- outro que se inicia por reflexão no espelho E_2 (imagem B_1), a seguir em E_1 (imagem B_2), e assim por diante.

Essas imagens pertencem a uma circunferência de centro O e raio OP . Cada um dos conjuntos de imagens encerra-se quando a imagem “cai” no ângulo formado pelo prolongamento dos espelhos, denominado **ângulo morto**. Na figura 12, o ângulo sombreado é o ângulo morto. Observe que A_4 “cai atrás” do espelho E_2 , não originando nova imagem. O mesmo acontece com B_3 em relação a E_1 .

É possível calcular o número N de imagens formadas pela fórmula:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

A fórmula acima é válida para os seguintes casos:

- a) quando a relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número **par**, qualquer que seja a posição do objeto P entre os dois espelhos;



Se a razão $\frac{360^\circ}{\alpha}$, em que α é o ângulo entre os espelhos, for par, o número de imagens formadas será ímpar, independentemente da posição do objeto entre os espelhos.

b) quando a relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número **ímpar**, estando o objeto no plano bissetor do ângulo α .



Se a razão $\frac{360^\circ}{\alpha}$, em que α é o ângulo entre os espelhos, for ímpar, o número de imagens formadas será par, com a condição de que o objeto esteja exatamente no plano bissetor do ângulo α .

Consideremos, por exemplo, $\alpha = 90^\circ$. A relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é igual a 4 e, portanto, par.

O número de imagens é dado por $N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 = 3$. Logo, ocorre a formação de três imagens (A_1 , B_1 e A_2 coincidente com B_2), qualquer que seja a posição do ponto-objeto P entre os espelhos (fig. 13).

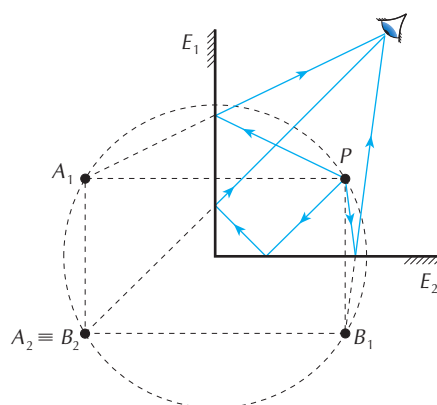


Figura 13. Imagens de um objeto colocado entre dois espelhos planos formando 90° .



Imagens de um objeto colocado entre dois espelhos planos. Diminuindo o ângulo entre os espelhos, aumenta o número de imagens. Quando os espelhos são paralelos, formam-se infinitas imagens.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Atividade experimental: Verificando as propriedades de um espelho plano



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 77 Com três patinadores colocados entre dois espelhos planos fixos, um diretor de cinema consegue uma cena em que são vistos, no máximo, 24 patinadores. Qual é o ângulo α entre os espelhos?

Sabe-se que o ângulo α é tal que $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número inteiro.

Solução:

Como são vistos no máximo 24 patinadores, significa que aos três patinadores (objetos) correspondem 21 imagens. Logo, a um patinador (objeto) correspondem 7 imagens.

$$\text{De } N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1, \text{ e sendo } N = 7, \text{ vem: } 7 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow \frac{360^\circ}{\alpha} = 8 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Resposta: 45°

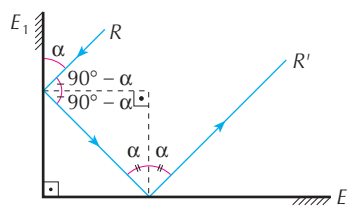
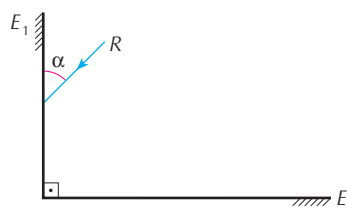
R. 78 Considere o desenho ao lado, em que E_1 e E_2 são dois espelhos planos em ângulo reto, cortados por um plano perpendicular a ambos. Esse plano contém o raio luminoso R , incidente sobre E_1 .

- Construa o correspondente raio R' emergente de E_2 .
- Mostre que R' e R são paralelos, qualquer que seja α , tal

$$\text{que } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Solução:

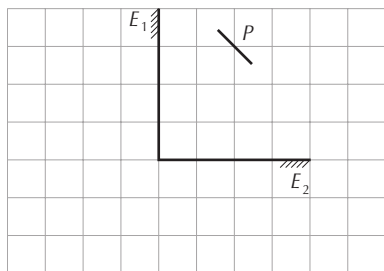
- Os raios são construídos impondo serem os ângulos de reflexão e incidência iguais.
- Observe na figura que R e R' formam o mesmo ângulo α com retas paralelas (E_1 e a linha tracejada normal a E_2). São, portanto, paralelos.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 243 Entre dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 60° , é colocado um ponto luminoso. Quantas imagens são formadas? Qual deve ser a posição do ponto luminoso para se obter esse número de imagens?

P. 244 Dois espelhos planos estão dispostos perpendicularmente um ao outro. Uma placa P na qual está escrita a letra F é colocada em frente aos espelhos.

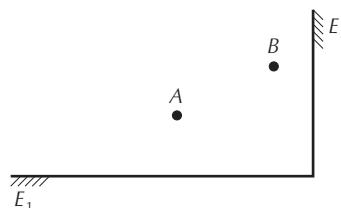


- Localize, na figura, as imagens da placa.
- O que aparece escrito em cada imagem?

P. 245 Um ponto-objeto P colocado entre dois espelhos planos tem 7 imagens.

- Qual é o ângulo α entre os espelhos? Sabe-se que $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é par.
- Faça um esquema representando os espelhos, o ponto-objeto P e suas imagens.

P. 246 Dois espelhos planos E_1 e E_2 formam um diedro reto no qual se localizam os pontos A e B , conforme a figura. Um raio de luz incide sobre E_1 , passando por A , reflete-se sucessivamente em E_1 e E_2 e emerge, passando por B . Determine graficamente as posições dos pontos X e Y , nos quais o raio se reflete, nos dois espelhos. Demonstre que o raio incidente sobre E_1 e o raio emergente de E_2 são paralelos entre si.

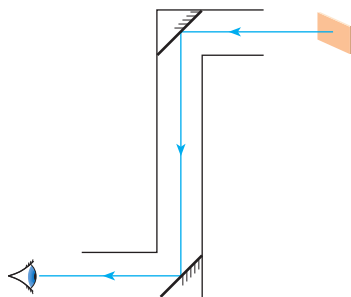


O periscópio

O periscópio é um instrumento que possibilita a um observador ver objetos que se encontram fora de seu campo visual. Basicamente, um periscópio é constituído por dois espelhos planos paralelos, inclinados a 45° em relação ao eixo de um tubo opaco com aberturas nos extremos.

Devido à dupla reflexão, a imagem formada por um periscópio é idêntica ao objeto, isto é, objeto e imagem não são figuras enantiomorfas.

Periscópios aperfeiçoados são utilizados em submarinos, para observar objetos na superfície do mar quando o submarino está imerso.



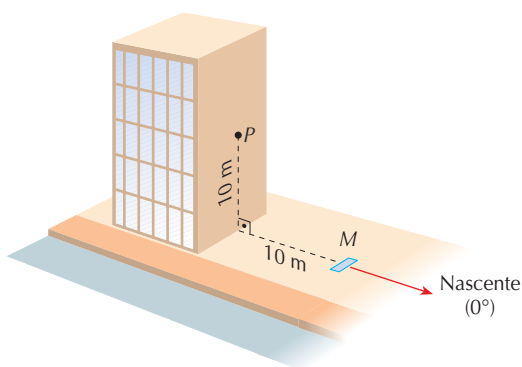
◀ O periscópio possibilita ver um objeto mesmo quando é impedida a visão direta.



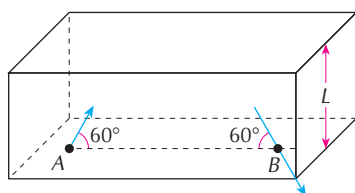
▶ O trajeto da luz num periscópio.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

- P. 247** (UFMG) Em um dia claro, o Sol estava no horizonte (0°) às 6 h da manhã. Às 12 h ele se encontrava no zênite (90°). A que horas a luz do Sol, refletida no espelho M, atingiu o ponto P?



- P. 248** (Fuvest-SP) Um feixe de luz entra no interior de uma caixa retangular de altura L , espelhada internamente, através de uma abertura A. O feixe, após sofrer 5 reflexões, sai da caixa por um orifício B, depois de decorrido $1,0 \cdot 10^{-8}$ segundo. Os ângulos formados pela direção do feixe e o segmento $\overline{AB}$ estão indicados na figura (dado: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s).



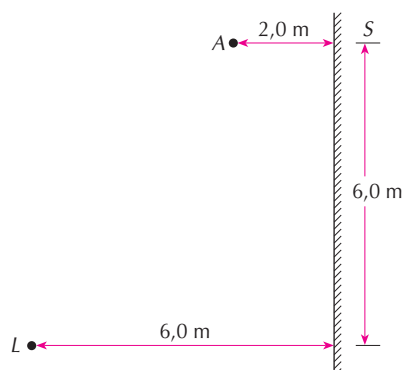
- a) Calcule o comprimento do segmento $\overline{AB}$.
b) O que acontece com o número de reflexões e com o tempo entre a entrada e a saída do feixe, se diminuirmos a altura da caixa L pela metade?

- P. 249** (UFSCar-SP) Desejando quebrar aquele malfadado espelho, sempre “distorcendo” a imagem de seu rosto, o homem impulsiona uma marreta em sua direção.



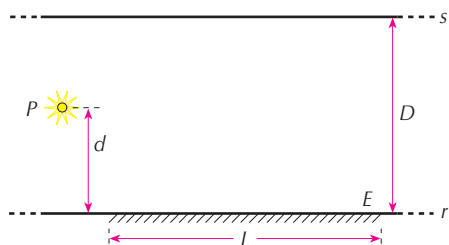
- a) Determine a velocidade de aproximação entre objeto (marreta) e sua imagem, sabendo que a velocidade da marreta, relativamente ao espelho plano, é de 3 m/s.
b) Quando, diante de um espelho plano disposto verticalmente, observando nossa imagem, nos afastamos dele, o que devemos esperar quanto ao tamanho da imagem vista? Justifique sua resposta por meio de um esquema que apresente um objeto (próximo e afastado do espelho) e suas respectivas imagens, o espelho plano, o chão e os raios de luz que permitem traçar a imagem do objeto colocado diante do espelho.

- P. 250** (Fuvest-SP) A figura representa um objeto A, colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano S, e uma lâmpada L, colocada à distância de 6,0 m do espelho.

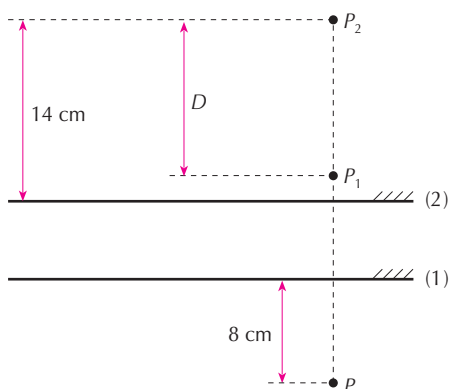


- Desenhe o raio emitido por L e refletido por S que atinge A. Explique a construção.
- Calcule a distância percorrida por esse raio.

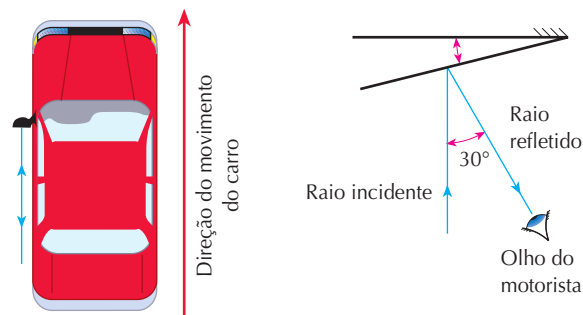
- P. 251** (UFC-CE) Na figura, P é um ponto luminoso situado no plano formado pelas retas paralelas r e s, e E é um espelho plano que contém um segmento da reta r. As distâncias entre o ponto luminoso e a reta r, e entre as retas s e r são, respectivamente, $d = 3$ m e $D = 5$ m. O espelho E, que tem comprimento $L = 9$ m, é perpendicular ao plano definido pelas retas r e s. Suponha que um observador desloca-se ao longo da reta s com velocidade constante de 1 m/s. Durante quanto tempo, em segundos, esse observador vê a imagem do ponto luminoso P refletida no espelho?



- P. 252** Um ponto-objeto P está a 8 cm de um espelho plano. Ao transladar o espelho, da posição (1) para a posição (2), a imagem de P se desloca de P_1 a P_2 . Calcule a distância D entre P_1 e P_2 .



- P. 253** (Uerj) A figura mostra, visto de cima, um carro que se desloca em linha reta, com o espelho plano retrovisor externo perpendicular à direção de seu movimento. O motorista gira o espelho até que os raios incidentes na direção do movimento do carro formem um ângulo de 30° com os raios refletidos pelo espelho, como mostra a figura.



De quantos graus o motorista girou o espelho?

- P. 254** (Unicamp-SP) Dois espelhos planos e quase paralelos estão separados por 5,0 m. Um homem se coloca em frente de um dos espelhos, a uma distância de 2,0 m. Ele observa uma sequência infinita de imagens, algumas de frente e outras de costas.

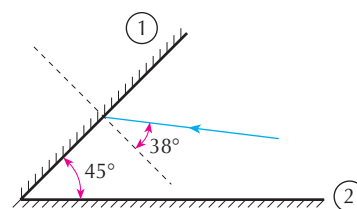
- Faça um esquema mostrando o homem, os espelhos e as quatro primeiras imagens que o homem vê.
- Indique no esquema as imagens de frente e de costas com as iniciais F e C.
- Quais são as distâncias entre as imagens consecutivas?

- P. 255** (Fuvest-SP) Tem-se um objeto O defronte a dois espelhos planos perpendiculares entre si. Os pontos A, B e C correspondem às imagens formadas do referido objeto. A distância AB é 80 cm e a distância BC é 60 cm.

- Qual é a distância entre o objeto e a imagem B?
- Desenhe o esquema com os espelhos, o objeto e as imagens.



- P. 256** (UFPA) O dispositivo óptico representado na figura é constituído de dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 45° . O raio incidente no espelho 1 é refletido, indo atingir o espelho 2. Determine o ângulo que o raio refletido pelo espelho 2 forma com o raio incidente no espelho 1.



TESTES PROPOSTOS

T. 226 (UFRGS-RS) O ângulo entre um raio de luz que incide em um espelho plano e a normal à superfície do espelho (conhecido como ângulo de incidência) é igual a 35° . Para esse caso, o ângulo entre o espelho e o raio refletido é igual a:

- a) 20°
- b) 35°
- c) 45°
- d) 55°
- e) 65°

T. 227 (UFMA) Um raio luminoso incide perpendicularmente sobre a superfície de um espelho plano. Nessa circunstância pode-se afirmar que a soma do ângulo de incidência com o ângulo de reflexão corresponde a:

- a) 0°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 90°
- e) 180°

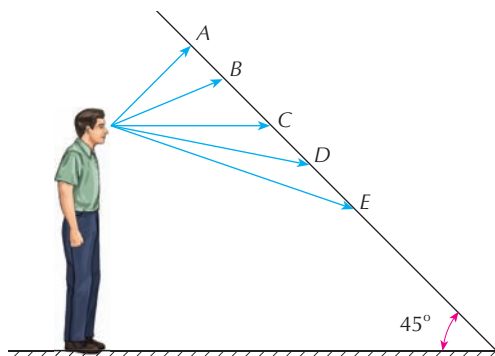
T. 228 (UFPA) Quanto a um espelho plano, pode-se dizer que ele forma:

- a) sempre imagens virtuais.
- b) sempre imagens reais.
- c) imagens reais de objetos reais.
- d) imagens virtuais de objetos virtuais.
- e) imagens reais de objetos virtuais e vice-versa.

T. 229 (Uepa) Para que um indivíduo de visão normal possa ver nitidamente um objeto, basta que o posicione à distância de 25 cm dos olhos. A distância suficiente em que ele deve colocar um espelho plano para ver nitidamente o seu rosto refletido, com a mesma eficácia do caso do objeto, será, em cm, de:

- a) 12,5
- b) 37,5
- c) 25
- d) 50
- e) 5

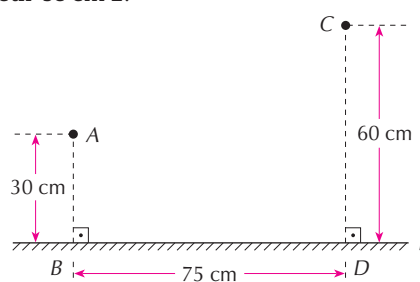
T. 230 (Fuvest-SP) Um espelho plano, em posição inclinada, forma um ângulo de 45° com o chão. Uma pessoa observa-se no espelho, conforme a figura.



A flecha que melhor representa a direção para a qual ela deve dirigir seu olhar, a fim de ver os sapatos que está calçando, é:

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

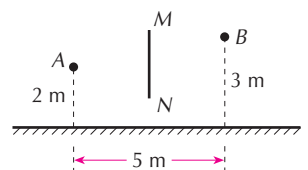
T. 231 (UFS-SE) Na figura estão representados um espelho plano E, horizontal, e dois segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, perpendiculares ao espelho. Suponha que um raio de luz parte de A e atinge C após refletir-se em E.



Pode-se afirmar que esse raio de luz incide em E a uma distância de B, em centímetros, de:

- a) 30
- b) 25
- c) 20
- d) 15
- e) 10

O enunciado a seguir refere-se aos testes T.232 e T.233. (PUC-SP) No esquema, A é ponto de luz, E é espelho plano, B é ponto que deve ser iluminado por luz proveniente de A, após reflexão em E. MN é obstáculo que não permite iluminação direta de B.



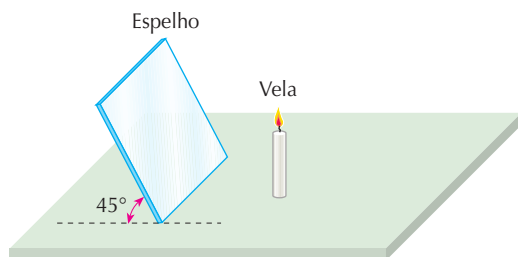
T. 232 O raio de luz emitido por A e que, após reflexão, atinge B incide no espelho sob ângulo de:

- a) 45°
- b) 60°
- c) 90°
- d) 30°
- e) 15°

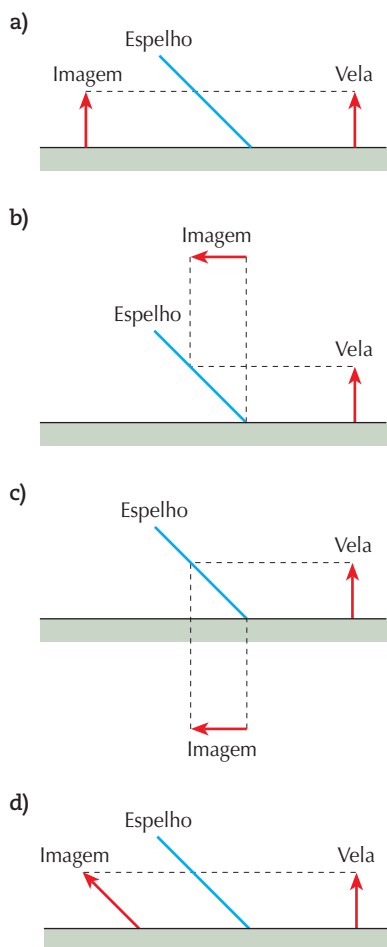
T. 233 O caminho percorrido pelo raio que parte de A, bate no espelho e atinge B, mede:

- a) $5\sqrt{3}$ m
- b) 4,0 m
- c) 5,0 m
- d) 4,5 m
- e) $5\sqrt{2}$ m

- T. 234** (UFMG) Uma vela está sobre uma mesa, na frente de um espelho plano inclinado a 45° , como representado na figura.



Assinale a alternativa cujo diagrama representa corretamente a formação da imagem do objeto, nessa situação.



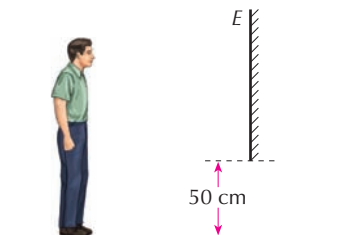
- T. 235** (Fuvest-SP) Através do espelho (plano) retrovisor, um motorista vê um caminhão que viaja atrás do seu carro. Observando certa inscrição pintada no para-choque do caminhão, o motorista vê a seguinte imagem:

SORRIA

Pode-se concluir que a inscrição pintada naquele para-choque é:

- a) AIЯЯO2 d) 2OЯЯIA
b) SORRIA e) SORRIS
c) SORRIA

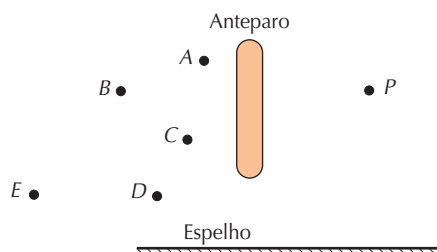
- T. 236** (Uece) Um espelho plano E está fixo em uma parede vertical, de modo que sua borda inferior dista 50 cm do piso, conforme mostrado na figura.



A que altura mínima sobre o piso deve estar o olho do observador para que ele possa ver seus pés no espelho?

- a) 50 cm b) 100 cm c) 150 cm d) 160 cm

- T. 237** (PUC-RJ) Quais dos objetos A, B, C, D e E são vistos pelo observador P ao olhar para o espelho plano esquematizado?



- a) A, B, C, D e E. c) A, B e C. e) C, D e E.
b) A, E e B. d) B, C e D.

- T. 238** (ITA-SP) Considere as seguintes afirmações:

- I. Se um espelho plano transladar de uma distância d ao longo da direção perpendicular a seu plano, a imagem real de um objeto fixo transladará de $2d$.
- II. Se um espelho plano girar de um ângulo α em torno de um eixo fixo perpendicular à direção de incidência da luz, o raio refletido girará de um ângulo 2α .
- III. Para que uma pessoa de altura h possa observar seu corpo inteiro em um espelho plano, a altura deste deve ser de no mínimo $\frac{2h}{3}$.

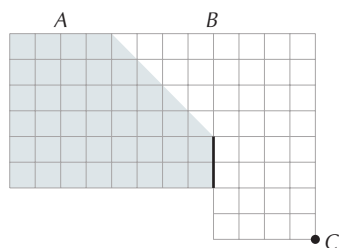
Então, podemos dizer que:

- a) apenas I e II são verdadeiras.
b) apenas I e III são verdadeiras.
c) apenas II e III são verdadeiras.
d) todas são verdadeiras.
e) todas são falsas.

- T. 239** (UCSal-BA) Uma pessoa se aproxima de um espelho plano, vertical, fixo, com velocidade de 2,5 m/s. Nessas condições:

- a) a distância entre a pessoa e sua imagem não se altera.
b) a pessoa se afasta de sua imagem com velocidade de 2,5 m/s.
c) a pessoa se aproxima de sua imagem com velocidade de 5,0 m/s.
d) a imagem da pessoa se aproxima do espelho com velocidade de 5,0 m/s.
e) a imagem da pessoa se afasta do espelho com velocidade de 2,5 m/s.

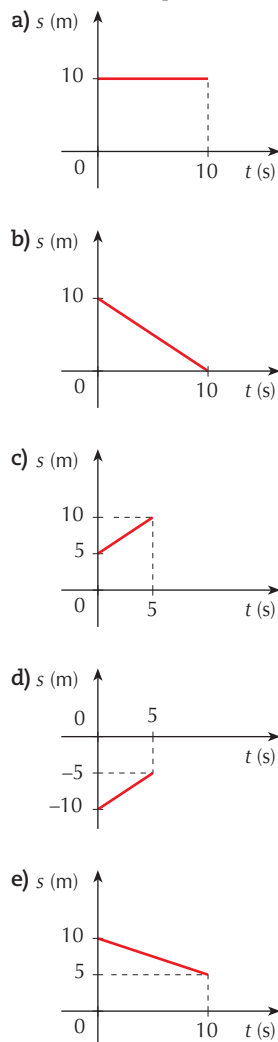
T. 240 (Fuvest-SP) Uma câmera de segurança (C), instalada em uma sala, representada em planta na figura, “visualiza” a região clara indicada. Desejando aumentar o campo de visão da câmera, foi colocado um espelho plano, retangular, ocupando toda a região da parede entre os pontos A e B.



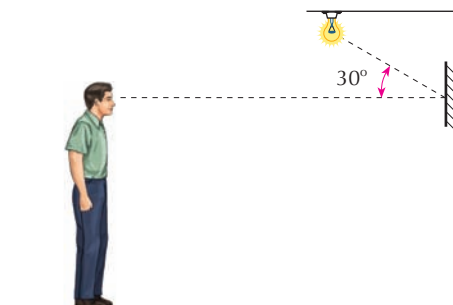
Nessas condições, a figura que melhor representa a região clara, que passa a ser visualizada pela câmera, é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

T. 241 (UFTM-MG) Um menino encontra-se em frente a um espelho plano, a 5 m de distância, e caminha em sua direção, com velocidade constante de 0,5 m/s, até se encostar nele. Adotando como ponto de origem o local em que o menino inicia sua caminhada, e positivo o sentido de seu movimento, o gráfico que representa o deslocamento da sua imagem, em função do tempo, é:



T. 242 (UFRRJ) Considere a situação esquematizada abaixo, na qual um pequeno espelho plano se encontra disposto verticalmente, bem em frente ao rosto de uma pessoa.

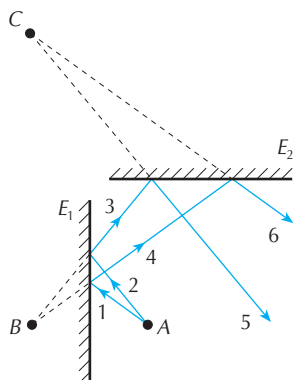


Para que essa pessoa consiga ver a imagem da lâmpada no teto, sem precisar se abaixar, o espelho deve ser girado de:

- a) 60° b) 30° c) 15° d) 90° e) 45°

- T. 243** (Cefet-PR) Dois espelhos planos fornecem de um objeto 11 (onze) imagens. Logo, podemos concluir que os espelhos podem formar um ângulo de:
- a) 10° c) 30° e) 72°
b) 25° d) 36°

- T. 244** (Olimpíada Brasileira de Física) O diagrama representa dois espelhos planos E_1 e E_2 perpendiculares entre si, uma fonte pontual de luz posicionada no ponto A e o traçado do percurso de dois raios luminosos 1 e 2 contidos num plano perpendicular aos espelhos.



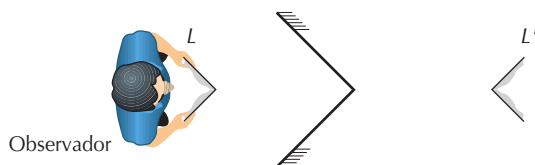
Assinale com V as proposições verdadeiras ou com F as proposições falsas.

- () A intersecção entre os raios 2 e 4 em nada impede o livre trajeto deles.
() O ponto B marca a posição da imagem virtual do objeto em A.
() Os raios 5 e 6 têm como intersecção o ponto C, imagem, para E_2 , do objeto em B.
() Os raios 5 e 6 são coplanares entre si.

A sequência correta é dada por:

- a) F F F F c) F F V F e) V V V V
b) V F V F d) F V F V

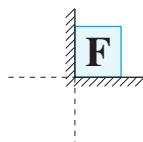
- T. 245** (UFSCar-SP) Dois espelhos planos verticais são montados em ângulo reto, como na figura:



Um observador segura um livro de FÍSICA L aberto na posição normal de leitura e, por cima dele, observa a imagem refletida L' , na qual lê:

- a) AÇI2İ7 c) FÍSICA e) Lİ2ICV
b) VÇISİJ d) ACISÍF

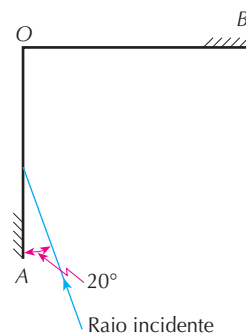
- T. 246** (Fuvest-SP) A figura F indica um ladrilho colocado perpendicularmente a dois espelhos planos, que formam um ângulo reto.



Assinale a alternativa que corresponde às três imagens formadas pelos espelhos.

- a) d)
b) e)
c)

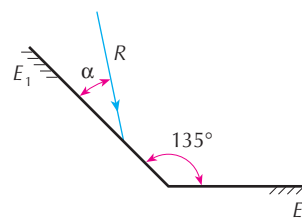
- T. 247** (Fuvest-SP) A figura mostra uma vista superior de dois espelhos planos montados verticalmente, um perpendicular ao outro. Sobre o espelho OA incide um raio de luz horizontal, no plano do papel, mostrado na figura.



Após reflexão nos dois espelhos, o raio emerge formando um ângulo θ com a normal ao espelho OB. O ângulo θ vale:

- a) 0° c) 20° e) 40°
b) 10° d) 30°

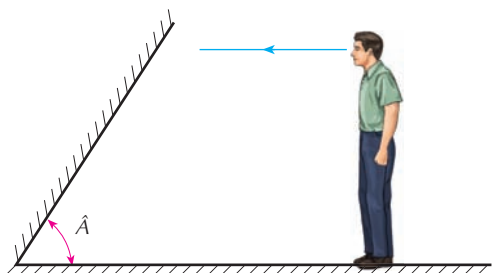
- T. 248** (ITA-SP) Considere a figura abaixo, onde E_1 e E_2 são dois espelhos planos que formam um ângulo de 135° entre si. Um raio luminoso R incide com um ângulo α em E_1 e outro R' (não mostrado) emerge de E_2 .



Para $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, conclui-se que:

- a) R' pode ser paralelo a R, dependendo de α .
b) R' é paralelo a R, qualquer que seja α .
c) R' nunca é paralelo a R.
d) R' só será paralelo a R se o sistema estiver no vácuo.
e) R' será paralelo a R, qualquer que seja o ângulo entre os espelhos.

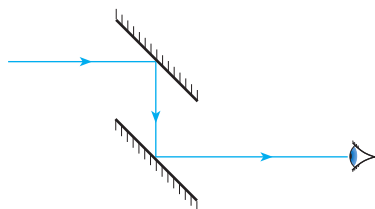
- T. 249** (Fuvest-SP) Dois espelhos planos, sendo um deles mantido na horizontal, formam entre si um ângulo $\hat{A}$. Uma pessoa observa-se através do espelho inclinado, mantendo seu olhar na direção horizontal.



Para que ela veja a imagem de seus olhos, e os raios retornem pela mesma trajetória que incidiram, após reflexões nos dois espelhos (com apenas uma reflexão no espelho horizontal), é necessário que o ângulo $\hat{A}$ seja de:

- a) 15° b) 30° c) 45° d) 60° e) 75°

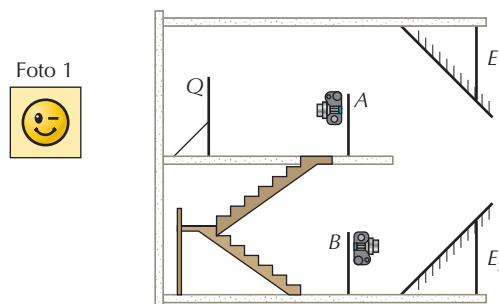
- T. 250** (Cesgranrio-RJ) Um periscópio é formado por dois espelhos planos paralelos, dispostos como mostra a figura. As setas na figura representam o caminho de um raio luminoso que, ao sair do periscópio, incide no olho de um observador. Diante do espelho superior, coloca-se um cartaz com a palavra JÁ escrita. Um observador que olhe normalmente (e não através do periscópio) para o cartaz verá a palavra JÁ.



O observador que olha através do periscópio verá no cartaz:

- a) $\forall \text{I}$ c) $\text{l}\forall$ e) $\forall \text{I}$
b) $\hat{A}\text{I}$ d) $\text{J}\hat{A}$

- T. 251** (Fuvest-SP) Em uma exposição, organizada em dois andares, foi feita uma montagem com dois espelhos planos E_1 e E_2 , dispostos a 45° entre os andares, como na figura. Uma visitante, quando no andar superior, no ponto A, fotografa um quadro (Q), obtendo a foto 1, tal como vista no visor.



Essa visitante, ao descer as escadas, fotografa, no ponto B, o mesmo quadro através dos espelhos. A nova foto, tal como vista no visor, é:

- a) d) e)
b) c)

Capítulo 12

Espelhos esféricos

Para se obterem imagens nítidas em espelhos esféricos, Gauss observou que os raios de luz deveriam incidir paralelos ou pouco inclinados em relação ao eixo principal e próximos dele. Sendo essas condições obedecidas, esses espelhos são chamados de espelhos esféricos de Gauss.

12.1 Definições e elementos

Os espelhos esféricos possuem características que permitem inúmeras aplicações. Nos automóveis, por exemplo, espelhos convexos são utilizados como retrovisores e espelhos côncavos são utilizados como refletores nos faróis.

12.2 Espelhos esféricos de Gauss

Os espelhos esféricos de Gauss obedecem a certas condições de nitidez, e as imagens por eles formadas não apresentam deformações consideráveis.

12.3 Construção geométrica de imagens

Para construir geometricamente as imagens formadas nos espelhos esféricos, basta considerar dois raios incidentes particulares.

12.4 Estudo analítico dos espelhos esféricos

Podemos estudar analiticamente as características das imagens conjugadas pelos espelhos esféricos utilizando o referencial e a equação de Gauss.

Os espelhos esféricos conjugam imagens com diferentes características que determinam as suas aplicações tecnológicas. Os espelhos convexos formam imagens direitas e menores do que os objetos e permitem a ampliação do campo visual, por isso são amplamente utilizados como retrovisores e até mesmo em obras de arte.

O forno solar de Odeillo, na França, utiliza um enorme espelho parabólico para concentrar os raios solares e utilizá-los no derretimento de aço, fornecendo uma alternativa de energia limpa.



Os espelhos côncavos formam diferentes tipos de imagens, inclusive imagens invertidas dos mais variados tamanhos.