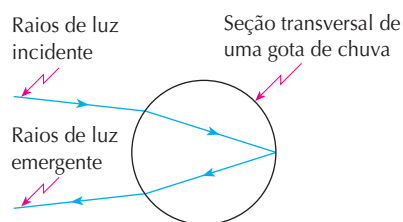


T. 314 (UFBA) Dê como resposta a soma dos números que precedem as proposições corretas. É comum, em estradas retas e longas, ter-se a impressão de ver o asfalto molhado à nossa frente em dias quentes de verão. Diante desse fenômeno, pode-se argumentar que:

- (01) como a densidade absoluta do ar diminui com o aumento da temperatura, os raios luminosos que atingem os olhos do observador curvam-se para cima.
- (02) sendo a atmosfera constituída de inúmeras camadas horizontais superpostas, a refração diminui de cima para baixo, nas camadas próximas ao solo.
- (04) as camadas de ar podem ser consideradas um conjunto de dioptrios planos através dos quais a luz que chega aos olhos do observador sofre múltiplas refrações.
- (08) à medida que um raio luminoso proveniente das camadas mais elevadas se aproxima do solo, vai-se avizinando da normal até um valor limite, saindo rasante à última camada.
- (16) após a reflexão total, os raios luminosos passam a propagar-se em direção às camadas superiores, diminuindo progressivamente de velocidade.
- (32) a ilusão de óptica caracterizada pela impressão de ver o asfalto molhado resulta da luminosidade refletida especularmente pelas camadas quentes de ar, próximas do solo.

T. 315 (UnB-DF) A figura abaixo mostra uma seção transversal de uma gota de chuva considerada esférica sendo atingida por um raio de luz monocromática.



Ele incide e refrata-se na superfície da gota; em seguida, reflete-se na superfície interior; e, finalmente, refrata-se, produzindo o raio emergente. Esse é o princípio da formação do arco-íris, em dias chuvosos. Com o auxílio das informações apresentadas, julgue os itens a seguir.

- (1) Considerando a luz solar como um feixe de raios paralelos, então os seus ângulos de incidência sobre a superfície da gota de chuva variam de 0° a 90° .
- (2) Se o índice de refração da gota de chuva fosse independente da cor da luz incidente, não haveria dispersão da luz solar.
- (3) Uma gota-d'água é capaz de refratar apenas sete das cores provenientes da luz solar.
- (4) Na situação apresentada, a lei de Snell não pode ser usada para explicar a formação do arco-íris, pois ela não se aplica a superfícies esféricas.

Capítulo
14**Lentes esféricas
delgadas**

Lente esférica é um corpo transparente com duas superfícies esféricas ou uma superfície esférica e outra plana. Por meio das lentes é possível a obtenção de imagens ampliadas ou reduzidas sem que tais imagens apresentem deformações em relação ao objeto.

14.1 Introdução

As lentes são sistemas ópticos de grande importância, sendo utilizadas em um simples par de óculos ou em uma sofisticada máquina de filmar. Seu funcionamento se baseia na refração da luz.

14.2 Propriedades das lentes delgadas

O comportamento dos raios de luz que atravessam as lentes delgadas e as características das imagens formadas dependem, respectivamente, da direção do raio incidente e do tipo da lente utilizada.

14.3 Estudo analítico das lentes

Para estudar analiticamente as características das imagens fornecidas por uma lente, utilizamos o referencial e a equação dos pontos conjugados propostos por Gauss.

As lentes esféricas formam imagens tanto direitas como invertidas, maiores ou menores do que o objeto. Uma gota d'água sobre uma superfície se comporta como uma lente plano convexa convergente, promovendo a ampliação da área abaixo da gota.



Seção 14.1

Objetivos

- Conhecer os elementos geométricos e a nomenclatura das lentes.
- Classificar os diferentes tipos de lentes comparando a espessura da parte periférica com a da parte central.
- Analisar o comportamento óptico da lente considerando os índices de refração da lente e do meio no qual está imersa.
- Diferenciar os focos objeto e imagem nas lentes convergente e divergente.

Termos e conceitos

- lentes de bordas delgadas
- lentes de bordas espessas
- convergente
- divergente

Introdução

As **lentes**, sistemas ópticos da maior importância, são componentes tanto de um simples par de óculos como de uma sofisticada máquina de filmar ou de um complexo microscópio.

Lente esférica é o sistema óptico constituído por três meios homogêneos e transparentes separados por uma superfície esférica e outra plana ou por duas superfícies esféricas (fig. 1). Consideramos sempre os meios externos (meios 1 e 3) idênticos, geralmente o ar. O meio intermediário (meio 2), geralmente o vidro, constitui a lente propriamente dita.

Considere uma lente de índice de refração n_2 imersa num meio de índice de refração n_1 . São elementos geométricos da lente (fig. 2):

- **centros de curvatura** (O_1 e O_2) **das faces da lente**;
- **raios de curvatura** (R_1 e R_2) **das faces da lente**;
- **eixo principal**: reta comum aos centros de curvatura O_1 e O_2 ;
- **vértices** (V_1 e V_2) **das faces**: interseção do eixo principal com as faces;
- **espessura** (e) **da lente**: distância entre os vértices.

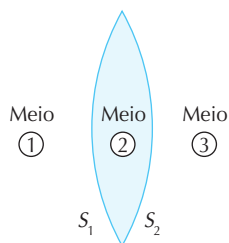


Figura 1. Lente esférica.

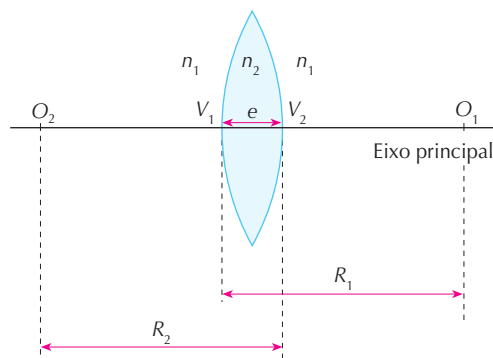
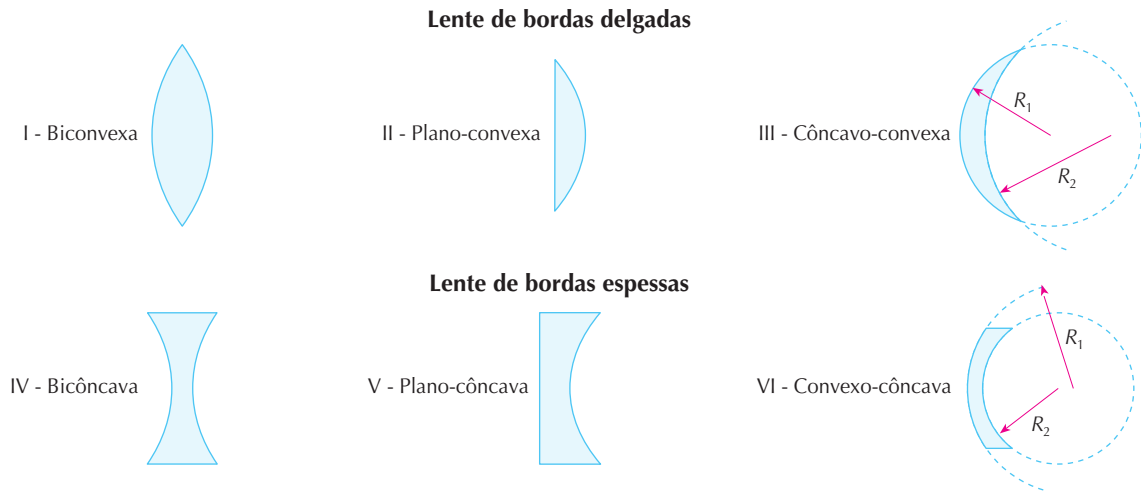


Figura 2. Elementos geométricos da lente esférica.

Para a nomenclatura das lentes, o critério mais adotado é nomear as **faces voltadas para o meio exterior**, assinalando em primeiro lugar a **face de maior raio de curvatura**. Por exemplo, na figura 3, a lente III apresenta uma face côncava e uma face convexa, mas a lente é denominada **côncavo-convexa**, porque o raio de curvatura da face côncava é maior que o da face convexa. Pelo mesmo critério, a lente VI é denominada **convexo-côncava**.



Na **figura 3**, as lentes I, II e III são denominadas **lentes de bordas delgadas**, por possuírem a parte periférica menos espessa que a parte central. As lentes IV, V e VI são denominadas **lentes de bordas espessas**, em virtude de apresentarem a periferia mais espessa que a parte central.



▲ **Figura 3.** Há seis tipos de lentes de acordo com a espessura de suas bordas: três de bordas delgadas (I, II e III) e três de bordas espessas (IV, V e VI).

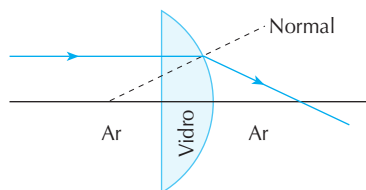
1 Comportamento óptico das lentes

Em nosso curso iremos estudar apenas as **lentes delgadas**, isto é, aquelas cuja espessura é pequena quando comparada aos raios de curvatura das faces esféricas.

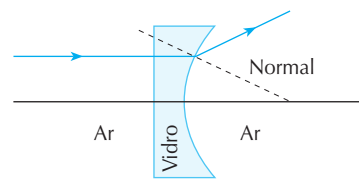
Quanto ao comportamento óptico, uma lente pode ser **convergente** ou **divergente**.

A lente é convergente quando faz convergir, num ponto, raios paralelos sobre ela incidentes. Quando os raios divergem ao emergir da lente, ela é dita divergente. Qualquer lente pode se comportar de uma ou de outra maneira, conforme o meio onde está imersa.

Consideremos, inicialmente, lentes de vidro ($n_2 = 1,5$) colocadas no ar ($n_1 = 1$). Nesse caso, que é o mais comum, as **lentes de bordas delgadas** são **convergentes** (fig. 4) e as **lentes de bordas espessas** são **divergentes** (fig. 5). Isso ocorre porque, ao passar do vidro para o ar, o raio de luz se afasta da normal.

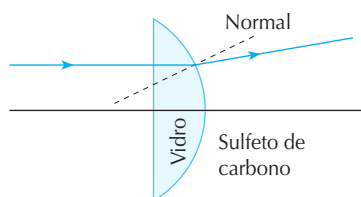


▲ **Figura 4.** Uma lente de bordas delgadas de vidro, no ar, é **convergente**.

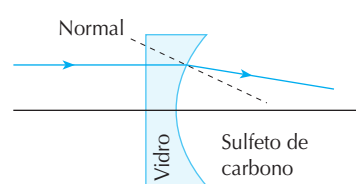


▲ **Figura 5.** Uma lente de bordas espessas de vidro, no ar, é **divergente**.

Se as mesmas lentes de vidro ($n_2 = 1,5$) forem imersas num meio de maior índice de refração que o do vidro, como, por exemplo, o sulfeto de carbono ($n_1 = 1,7$), a **lente de bordas delgadas** se torna **divergente** (fig. 6) e a de **bordas espessas** passa a ser **convergente** (fig. 7). Esse fato ocorre porque, ao passar do vidro para o sulfeto de carbono, o raio de luz se aproxima da normal.



▲ **Figura 6.** Uma lente de vidro de bordas delgadas, imersa em sulfeto de carbono, é **divergente**.



▲ **Figura 7.** Uma lente de vidro de bordas espessas, imersa em sulfeto de carbono, é **convergente**.

Note que o fato de uma lente ser convergente ou divergente é uma simples consequência da refração da luz nas faces da lente.

Em resumo:

Lente	Bordas delgadas	Bordas espessas
Convergente	$n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$	$n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$
Divergente	$n_{\text{lente}} < n_{\text{meio}}$	$n_{\text{lente}} > n_{\text{meio}}$

Esquemáticamente, as lentes delgadas convergentes e divergentes são representadas por um segmento de reta perpendicular ao eixo principal, não se representando o trajeto luminoso no seu interior (figs. 8 e 9). Pontas de seta colocadas nas extremidades desse segmento indicam se a lente é convergente ou divergente.

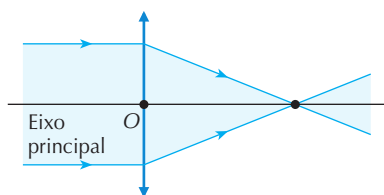


Figura 8. Lente delgada convergente.

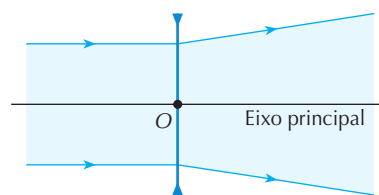


Figura 9. Lente delgada divergente.

O cruzamento da lente delgada com o eixo principal denomina-se **centro óptico** (O) da lente. Qualquer reta que passe pelo centro óptico da lente (exceto o eixo principal) constitui um **eixo secundário** da lente (fig. 10).

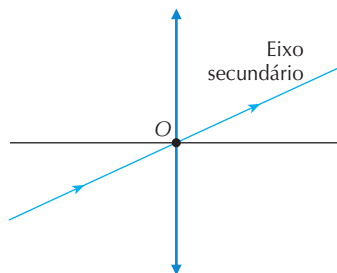
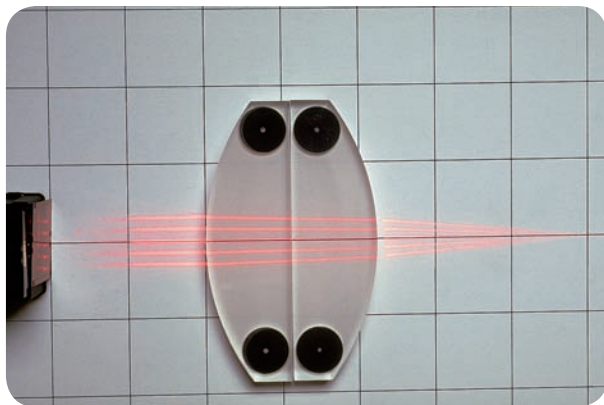


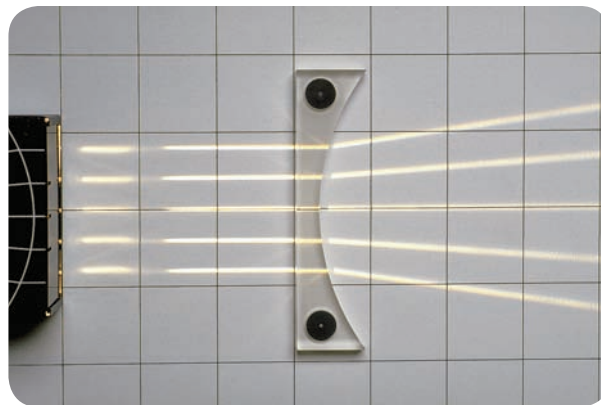
Figura 10. Centro óptico e eixo secundário.

O centro óptico de uma lente delgada apresenta a seguinte propriedade:

Todo raio que incide na lente delgada, passando pelo centro óptico, não sofre desvio, nem angular nem lateral, ao emergir.



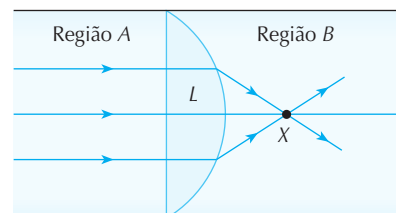
Um feixe de luz paralelo incide numa lente biconvexa: o feixe emergente é convergente.



Um feixe de luz paralelo incide numa lente plano-côncava: o feixe emergente é divergente.

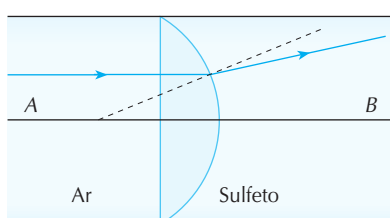
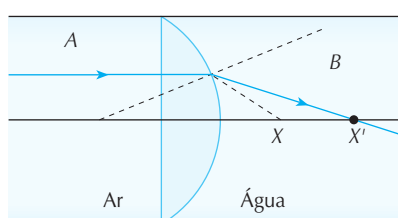
EXERCÍCIO RESOLVIDO

- R. 97** A lente plano-convexa L divide o cilindro da figura em duas regiões, A e B. Quando existe ar em A e em B, raios que incidem na lente, paralelos ao eixo do cilindro ao emergir, convergem para um ponto X. Sendo a lente de vidro, cujo índice de refração é 1,5, explique o que ocorre com o ponto de convergência nos seguintes casos:
- Coloca-se água ($n = 1,3$) em A.
 - Coloca-se água ($n = 1,3$) em B.
 - Coloca-se sulfeto de carbono ($n = 1,7$) em A.
 - Coloca-se sulfeto de carbono ($n = 1,7$) em B.



Solução:

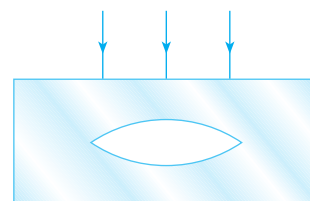
- Colocando-se água em A, não se verifica modificação do ponto de convergência, pois a incidência da luz sobre a face plana é perpendicular, não havendo desvio, qualquer que seja o meio de A.
- Se colocarmos água em B, a luz afasta-se menos da normal do que quando havia ar (convergindo em X' , no esquema abaixo), porque a água é mais refringente do que o ar ($n_{\text{água}} > n_{\text{ar}}$).



- Como no primeiro item, a colocação de sulfeto de carbono em A não modifica o ponto de convergência.
- O sulfeto de carbono tem índice de refração maior que o vidro. Por isso, ao emergir, o raio luminoso se aproxima da normal, não mais havendo convergência, e sim divergência, conforme representamos no esquema acima, à direita.

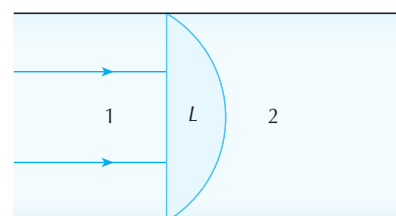
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 332** Uma lâmina de vidro de faces paralelas encerra uma bolha de ar com forma de lente esférica delgada e biconvexa. Um pincel de raios de luz, paralelos entre si, incide normalmente sobre a face da lâmina, conforme a figura. Esboce, esquematicamente, o trajeto dos raios de luz através do sistema, justificando a resposta.



- P. 333** A lente esférica plano-convexa L divide o cilindro da figura em duas partes, 1 e 2. Um feixe de raios luminosos paralelos ao eixo do cilindro e da lente incide da esquerda para a direita. Se 1 e 2 são constituídos de ar, os raios convergem num ponto F situado em 2. Se 1 for constituído de água e 2 de ar, a convergência se dará em F ? E na situação inversa? Justifique.

A lente L é de vidro, cujo índice de refração é 1,5. O ar tem índice de refração 1, e a água, 1,3.



- P. 334** Analise o comportamento óptico de uma lente de vidro biconvexa, concluindo se ela é convergente ou divergente (dados: o índice de refração absoluto do vidro que constitui a lente é 1,5, o da água é 1,3 e o do ar é 1). Considere os casos:
- A lente está imersa no ar.
 - A lente está imersa na água.
 - A lente está imersa num líquido de índice de refração absoluto 1,8.

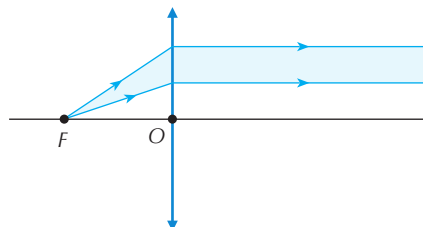
- P. 335** Refaça o exercício anterior, considerando a lente bicôncava.



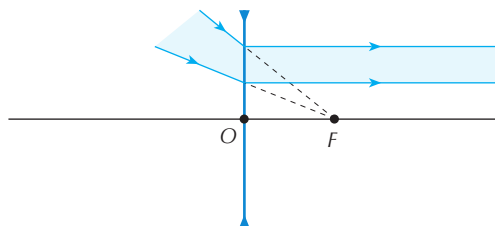
Focos de uma lente delgada

Foco principal objeto F de uma lente é o ponto do eixo principal ao qual ela conjuga raios emergentes paralelos ao eixo principal, isto é, uma imagem imprópria (figs. 11A e 11B).

A



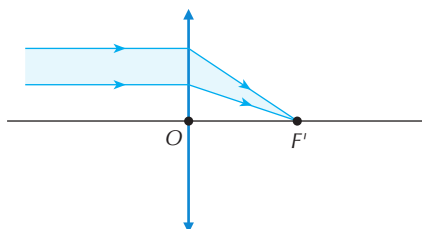
B



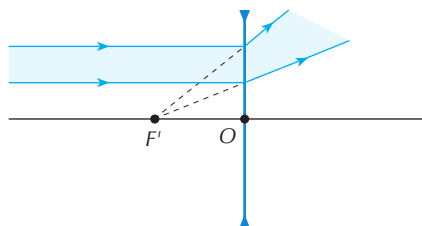
« Figura 11. (A) O foco principal objeto de uma lente convergente tem natureza real; (B) já o de uma lente divergente tem natureza virtual.

Foco principal imagem F' de uma lente é o ponto do eixo principal que ela conjuga a raios incidentes paralelos ao eixo principal, isto é, a um objeto impróprio (figs. 12A e 12B).

A



B



« Figura 12. (A) O foco principal imagem de uma lente convergente tem natureza real; (B) já o de uma lente divergente tem natureza virtual.

No estudo dos espelhos esféricos, vimos que eles apresentam um só foco principal. Nas lentes delgadas, sendo a luz transmitida (e não refletida), há dois focos principais: o foco principal objeto F e o foco principal imagem F' . Sendo idênticos os meios externos da lente (por exemplo, lente de vidro imersa no ar), os dois focos principais F e F' são simétricos em relação ao centro óptico O , ou seja: $FO = F'O$.

Observe que os focos principais são **reais** na **lente convergente**, isto é, definidos pelo cruzamento efetivo de raios luminosos, e **virtuais** na **lente divergente**, ou seja, definidos pelo cruzamento de prolongamentos de raios.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Atividade experimental: *Determinação da distância focal de uma lente delgada convergente*

Seção 14.2

Objetivos

► Conhecer o comportamento de raios de luz particulares ao atravessar uma lente.

► Construir geometricamente as imagens de um objeto real para as lentes divergente e convergente.

► Caracterizar a imagem fornecida pelas lentes divergentes.

► Caracterizar as imagens fornecidas pelas lentes convergentes considerando diferentes posições do objeto em relação à lente.

Termos e conceitos

- imagem real
- imagem virtual
- imagem imprópria
- imagem direita
- imagem invertida

Propriedades das lentes delgadas

Tendo em vista os conceitos apresentados, podemos enunciar o comportamento de alguns raios de luz ao atravessar a lente (fig. 13).

- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo centro óptico da lente (raio 1) não sofre desvio ao atravessar a lente.
- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo foco principal objeto F (raio 2) emerge da lente paralelamente ao eixo principal.
- Todo raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal (raio 3) emerge da lente numa direção que passa pelo foco principal imagem F' .

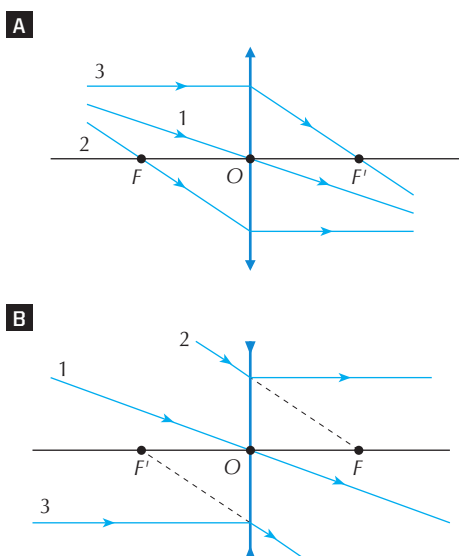


Figura 13. Raios particulares na lente delgada. (A) Para a lente convergente; (B) para a lente divergente.

Nas duas últimas propriedades, a passagem pelos focos principais é efetiva na lente convergente e em prolongamento na lente divergente.

Quando um feixe de raios paralelos incide sobre uma lente delgada convergente, paralelamente a um de seus eixos secundários, origina um feixe emergente convergente. O vértice F'_s desse feixe situa-se nesse eixo secundário e pertence ao plano focal imagem (plano frontal que passa pelo foco principal imagem F'), constituindo um dos **focos secundários imagem da lente** (fig. 14).

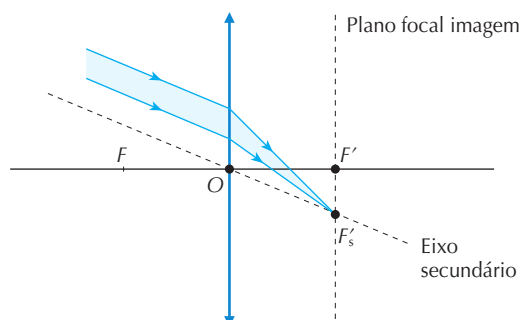


Figura 14. F'_s é um foco secundário imagem da lente.

Os **focos secundários objeto** F_s pertencem ao plano focal objeto (plano frontal que passa pelo foco principal objeto F), como se vê na **figura 15**. Quando um feixe de luz de vértice F_s incide sobre uma lente delgada convergente, origina um feixe emergente de raios paralelos ao eixo secundário, conforme mostrado na **figura 16**.

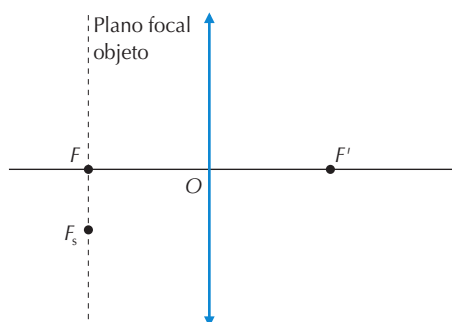


Figura 15. F_s é um foco secundário objeto da lente.

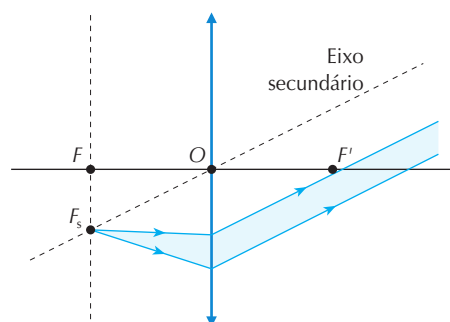


Figura 16. Feixe incidente de vértice F_s .

De modo análogo, temos para as lentes delgadas divergentes as situações indicadas nas figuras 17 e 18.

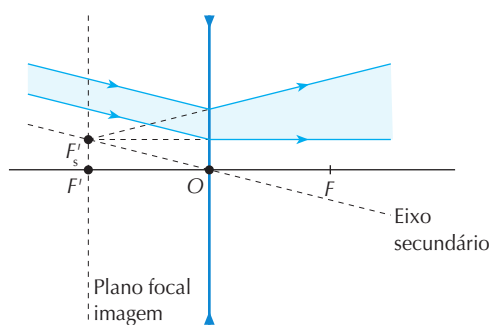


Figura 17.

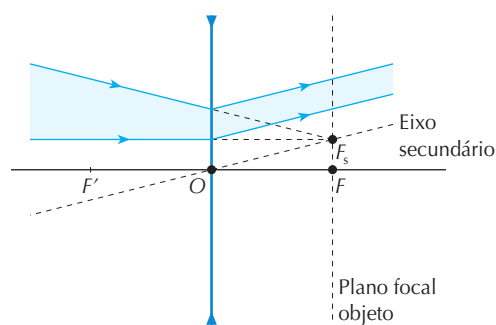
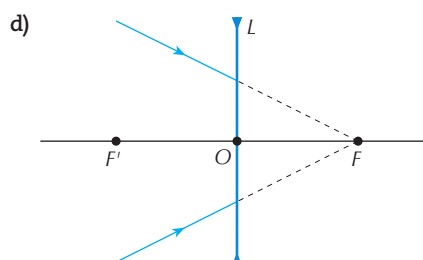
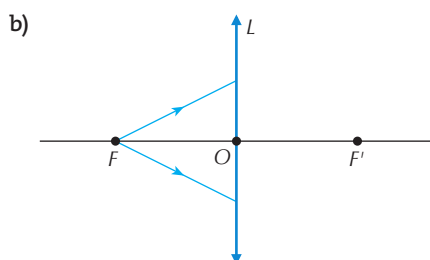
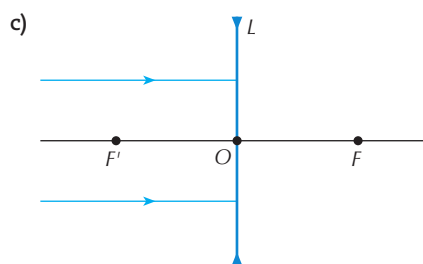
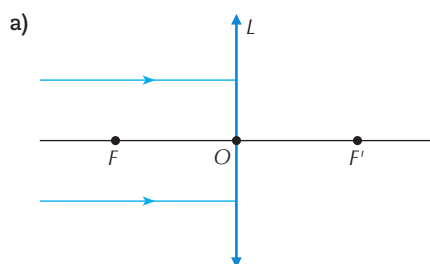


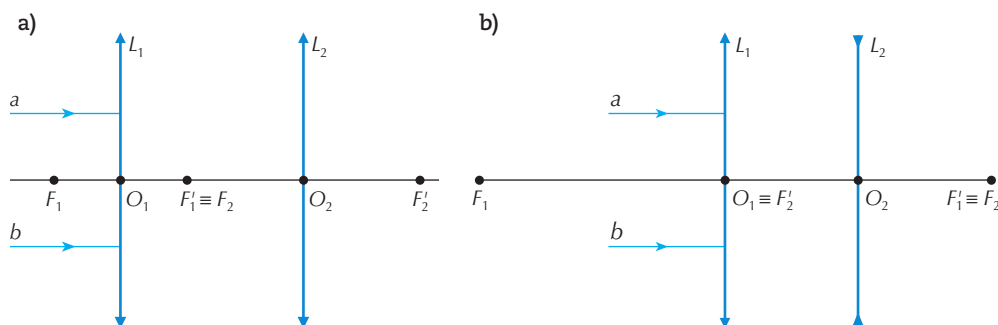
Figura 18.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 336 Refaça as figuras dadas e represente os raios emergentes correspondentes aos raios incidentes indicados. As lentes são delgadas, F e F' são seus focos principais objeto e imagem, respectivamente, e O é o centro óptico.

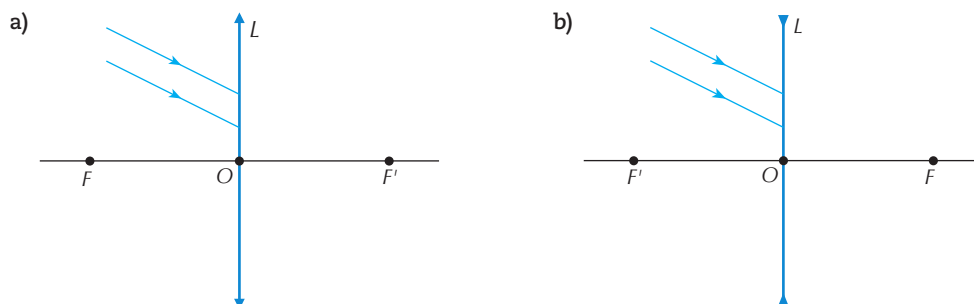


P. 337 Refaça a figura dada e complete a trajetória dos raios a e b incidentes na lente delgada L_1 . Os focos principais imagem (F'_1) de L_1 e objeto (F_2) de L_2 coincidem.



P. 338 É possível acender uma vela utilizando raios solares. Que tipo de lente deve ser utilizada? Onde deve estar o pavio da vela a ser acesa? Faça um esquema.

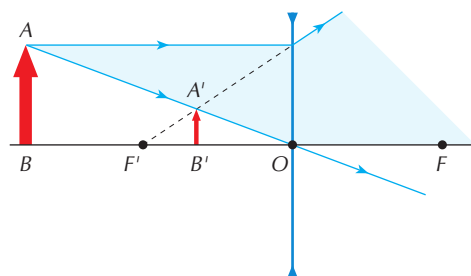
P. 339 Refaça as figuras dadas e represente os raios refratados correspondentes aos raios incidentes indicados. As lentes são delgadas, F e F' são seus focos principais objeto e imagem, respectivamente, e O é o centro óptico.



Construção geométrica de imagens

A construção geométrica de imagens nas lentes é efetuada de modo idêntico ao que foi utilizado nos espelhos esféricos. Considerando um objeto retilíneo e frontal $\overline{AB}$, obtemos a imagem A' do extremo superior, utilizando dois raios incidentes provenientes de A , conforme a **figura 19**. A imagem B' do ponto B pertence ao eixo principal, estando na mesma perpendicular que A' , pois a imagem formada $\overline{A'B'}$ é também frontal à lente, se forem satisfeitas as condições de nitidez de Gauss.

A construção da imagem na **figura 19** refere-se a uma **lente divergente**. Observe que a imagem obtida $\overline{A'B'}$ é sempre virtual, direita e menor que o objeto, qualquer que seja a distância do objeto à lente.



◀ **Figura 19.** $\overline{AB}$ é objeto real, isto é, objeto luminoso ou iluminado situado diante da lente.

Na **lente divergente**, a imagem de um objeto real $\overline{AB}$ é sempre:

VIRTUAL, DIREITA e MENOR que o objeto.

A imagem que uma **lente convergente** fornece de um objeto real tem características diversas, conforme a posição do objeto. Além dos **focos principais** F e F' , definimos os denominados **pontos antiprincipais** C e C' , situados a uma distância duas vezes maior que a dos focos ao centro óptico da lente. Esses pontos são tomados como referência para definir as diversas posições do objeto e da correspondente imagem em relação à lente, como passamos a expor.

1ª) Objeto além do ponto antiprincipal objeto C

A imagem formada $\overline{A'B'}$ está situada entre o foco principal imagem F' e o ponto antiprincipal imagem C' (fig. 20) e é:

REAL, INVERTIDA e MENOR que o objeto.

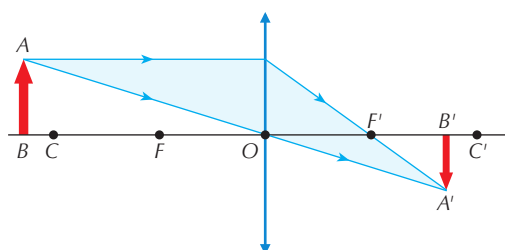


Figura 20. Objeto real além do ponto antiprincipal objeto C .



O objeto real (a lâmpada) está situado além do ponto antiprincipal objeto C . A imagem é real (projetada no anteparo), invertida e menor que o objeto.

É esse tipo de imagem que ocorre em **máquinas fotográficas** e **filmadoras**. A objetiva desses aparelhos é uma lente convergente (simples ou composta) que conjuga a imagem sobre o filme.

2ª) Objeto sobre o ponto antiprincipal objeto C

A imagem formada $\overline{A'B'}$ está situada sobre o ponto antiprincipal imagem C' (fig. 21) e é:

REAL, INVERTIDA e de MESMO TAMANHO que o objeto.

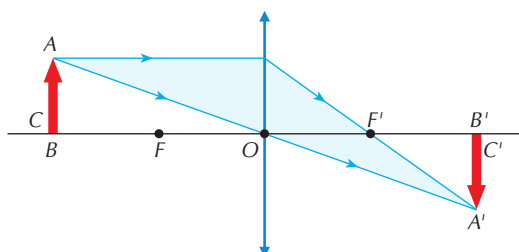


Figura 21. Objeto real sobre o ponto antiprincipal objeto C . Observe que a distância entre objeto e imagem é quatro vezes maior que a distância de um dos focos (F ou F') à lente.

3ª) Objeto entre o ponto antiprincipal objeto C e o foco principal objeto F

A imagem formada $\overline{A'B'}$ está situada além do ponto antiprincipal imagem C' (fig. 22) e é:

REAL, INVERTIDA e MAIOR que o objeto.

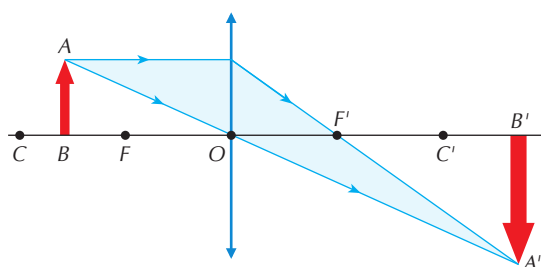


Figura 22. Objeto real entre o ponto antiprincipal objeto C e o foco principal objeto F .



O objeto real está situado entre o ponto antiprincipal objeto C e o foco principal objeto F . A imagem é real, invertida e maior que o objeto.

Nos **projetores de filmes e de slides** é esse o tipo de imagem formada. A objetiva desses aparelhos é uma lente convergente (simples ou composta) que, do filme ou do *slide* (objeto real), conjuga a imagem real projetada sobre a tela.

4º) Objeto sobre o foco principal objeto F

Os raios emergentes são paralelos (fig. 23). A imagem se forma no infinito, sendo denominada:

IMAGEM IMPRÓPRIA.

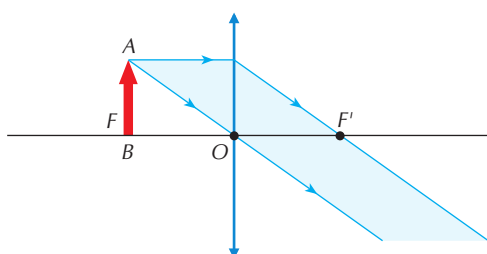


Figura 23. Objeto real no foco principal objeto F .

5º) Objeto entre o foco principal objeto F e o centro óptico O

A imagem formada $\overline{A'B'}$ é:

VIRTUAL, DIREITA e MAIOR que o objeto.

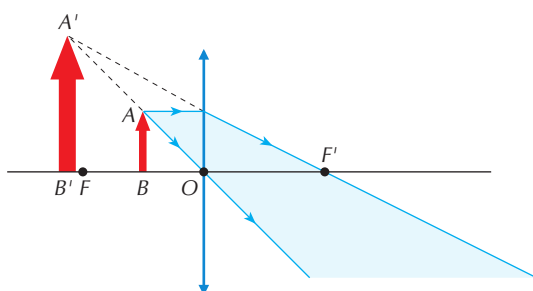


Figura 24. Objeto real entre o foco principal objeto F e o centro óptico O .

Na **lupa** ou **lente de aumento**, esse é o tipo de imagem formada, conforme discutiremos no capítulo seguinte, no qual serão estudados os instrumentos ópticos.



▲ (A) A lente divergente fornece imagem virtual, direita e menor de um objeto real. (B) A lente convergente, funcionando como uma lupa ou lente de aumento, fornece uma imagem virtual, direita e maior de um objeto real colocado entre ela e seu plano focal. Para outras posições do objeto, a imagem é real.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Atividades experimentais: *Imagens em uma lente delgada divergente*
e *Imagens em uma lente delgada convergente*



Entre na rede No endereço eletrônico <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/lentes/lentes.htm> (acesso em agosto/2009), você pode mudar a posição de um objeto (com o mouse) e verificar as características da imagem conjugada por uma lente – convergente ou divergente.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

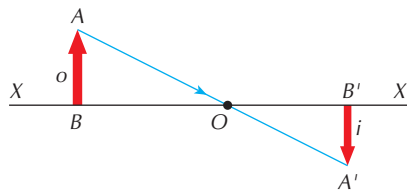
R. 98 Na figura, $\overline{XX'}$ representa o eixo principal de uma lente delgada, $\overline{AB}$ é um objeto real e $\overline{A'B'}$, a correspondente imagem fornecida pela lente, que não está representada no esquema.

- Localize, geometricamente, o centro óptico da lente.
- Reconheça, graficamente, se a lente em questão é convergente ou divergente.

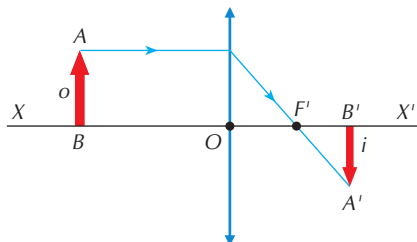


Solução:

- Podemos localizar graficamente o centro óptico da lente utilizando a propriedade desse ponto: um raio luminoso não se desvia ao passar pelo centro óptico. Assim, ligando o ponto A do objeto com o ponto A' da imagem, a reta traçada corta o eixo principal $\overline{XX'}$ no centro óptico O.

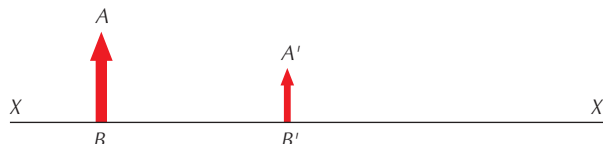


- Uma vez conhecida a posição da lente, podemos reconhecer se ela é convergente ou divergente fazendo partir do objeto um raio paralelo ao eixo principal que, ao emergir, passa pelo ponto A' da imagem. A convergência ou divergência do raio emergente classifica a lente. Portanto, a lente em questão é **convergente**.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 340** Localize graficamente, na figura, o centro óptico e os focos da lente que fornecem do objeto real AB a imagem $A'B'$.

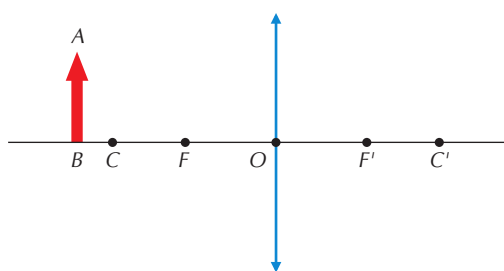


- P. 341** Observe a foto:



- A lente delgada L_1 é convergente ou divergente? E a lente delgada L_2 ?
- Faça, em cada caso, um esquema no caderno, representando o objeto, a imagem formada, a lente e dois raios utilizados na obtenção da imagem.

- P. 342** Um objeto AB é colocado na frente de uma lente delgada convergente, conforme o esquema abaixo. F e F' são os focos principais; C e C' , os pontos antiprincipais; e O , o centro óptico.



Dê as características da imagem formada. Esse tipo de imagem ocorre em alguns aparelhos ópticos. Cite um deles.

- P. 343** Um objeto é colocado diante de uma lente delgada convergente. A imagem formada, projetada numa tela, resultou maior do que o objeto.
- Faça um esquema representando o objeto, a lente e a imagem formada e dois raios utilizados na obtenção da imagem.
 - Cite um aparelho óptico em que a imagem formada é análoga à descrita.

» **Objetivos**

- Conhecer o referencial de Gauss.
- Analisar os sinais das abscissas do objeto, da imagem e dos focos principais, de acordo com o referencial de Gauss.
- Definir vergência das lentes delgadas.
- Conhecer a fórmula dos fabricantes de lentes.
- Relacionar as abscissas do objeto, da imagem e a distância focal usando a equação de Gauss.
- Conceituar aumento linear transversal.

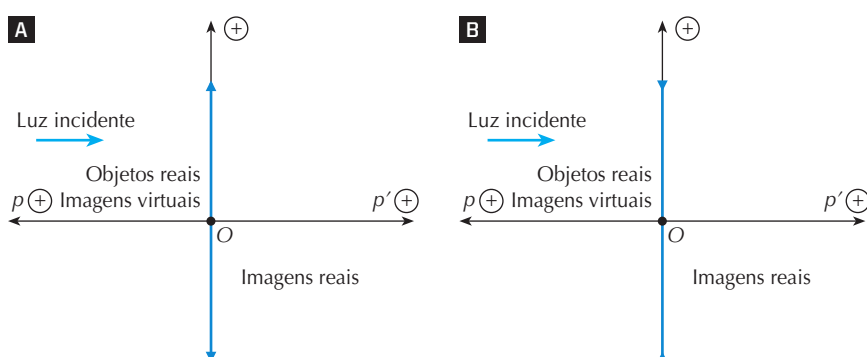
» **Termos e conceitos**

- abscissas
- ordenadas
- vergência

1 **O referencial de Gauss**

Dadas a posição e a altura de um objeto relativamente a uma lente delgada, a posição e a altura da imagem podem ser determinadas analiticamente. Para isso, adotaremos o seguinte sistema de coordenadas (fig. 25), chamado **referencial de Gauss**:

- **origem**: centro óptico da lente;
- **eixo das abscissas**: direção do eixo principal e sentido contrário ao da luz incidente para os objetos e a favor do da luz incidente para as imagens;
- **eixo das ordenadas**: direção da perpendicular ao eixo principal e sentido ascendente.

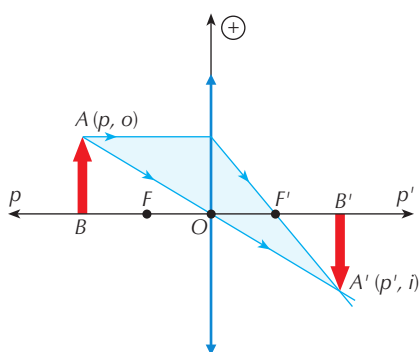


▲ **Figura 25.** Referencial de Gauss para as lentes delgadas convergentes (A) e divergentes (B).

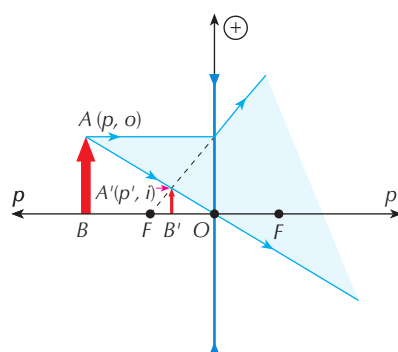
Considerando a luz incidindo da esquerda para a direita, observe que, nesse sistema de coordenadas (fig. 25), **objetos reais** (à esquerda da lente) e **imagens reais** (à direita da lente) apresentam **abscissas positivas**. As **imagens virtuais** (à esquerda da lente) apresentam **abscissas negativas**. Indicando-se por p e p' , respectivamente, as abscissas do objeto e da imagem, resulta:

Objeto real: $p > 0$; Imagem real: $p' > 0$; Imagem virtual: $p' < 0$

O extremo A do objeto e o extremo A' da imagem (fig. 26 e fig. 27) terão **ordenadas positivas** ou **negativas**, conforme situem-se **acima** ou **abaixo do eixo principal**.



▲ **Figura 26.** o é positivo e i é negativo em relação ao referencial de Gauss.



▲ **Figura 27.** o e i são positivos em relação ao referencial de Gauss.

Indicando por o e i , respectivamente, essas ordenadas, resulta:

- i e o têm o mesmo sinal: imagem direita em relação ao objeto.
- i e o têm sinais contrários: imagem invertida em relação ao objeto.

2 Distância focal e vergência das lentes

A abscissa f do foco principal, objeto ou imagem, é denominada **distância focal da lente**. Observe que, embora existam dois focos principais (F e F'), consideramos apenas uma distância focal f , porque admitimos que os meios externos à lente são idênticos.

De acordo com o referencial de Gauss, a distância focal f é positiva nas lentes convergentes (fig. 28A) e negativa nas lentes divergentes (fig. 28B).

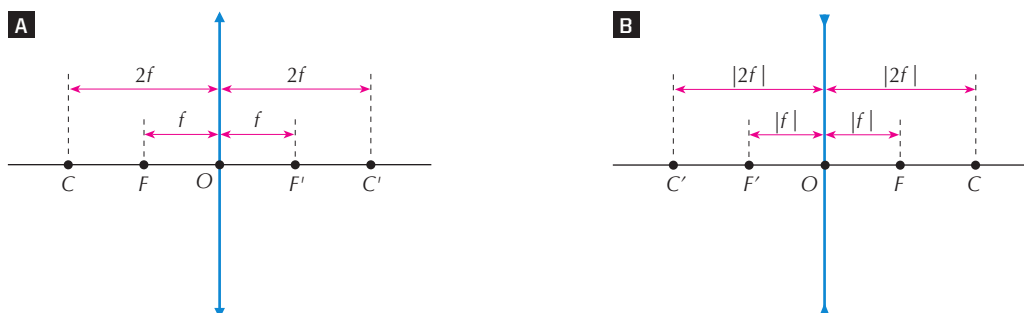


Figura 28. As abscissas f e $2f$ dos focos principais e dos pontos antiprincipais são positivas nas lentes convergentes (A) e negativas nas lentes divergentes (B).

- Lente convergente: $f > 0$
- Lente divergente: $f < 0$

Os pontos antiprincipais C e C' têm abscissa $2f$, sendo, portanto, positiva nas lentes convergentes e negativa nas lentes divergentes.

Vergência (ou **convergência**) D de uma lente é, por definição, o inverso de sua distância focal f , apresentando o mesmo sinal que esta:

$$D = \frac{1}{f}$$

- Lente convergente: $D > 0$
- Lente divergente: $D < 0$

A unidade mais comum de vergência é o inverso do metro (m^{-1}), denominada **dioptria** (símbolo **di**).

Podemos entender a vergência como sendo uma medida da capacidade da lente de desviar a luz sobre ela incidente. Na figura 29, a lente de menor distância focal, e portanto de maior vergência, é a que produz maior desvio na luz incidente.

$$f_1 < f_2 \Rightarrow D_1 > D_2$$

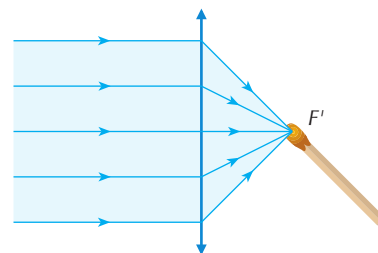


Figura 29. A lente de menor distância focal e maior vergência produz maior desvio na luz incidente.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

- R. 99** Com uma lente de aumento (convergente), um estudante conseguiu acender um fósforo situado a 10 cm da lente, aproveitando a luz solar. Qual é a distância focal e a vergência da lente?



Solução:

Os raios solares que incidem numa pequena região da Terra podem ser considerados paralelos. Sendo assim, após atravessarem a lente, convergem no foco principal imagem F' .

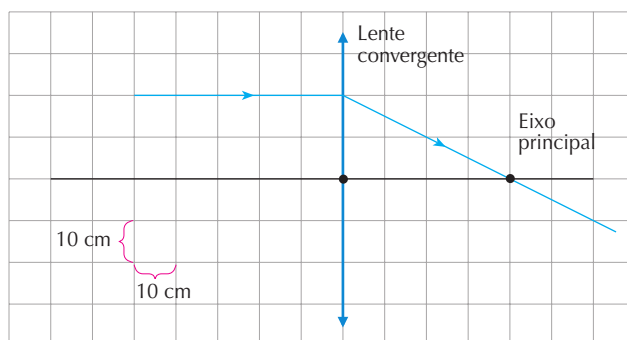
Portanto, a distância focal vale: $f = 10 \text{ cm}$ ou $f = 0,1 \text{ m}$

E sua vergência será: $D = \frac{1}{f} \Rightarrow D = \frac{1}{0,1} \Rightarrow D = 10 \text{ di}$

Resposta: 0,1 m e 10 di

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 344** São dadas duas lentes, uma convergente, de distância focal 0,5 m, e outra, divergente, de distância focal, em módulo, igual a 20 cm. Determine suas vergências em dioptrias.
- P. 345** No esquema representamos, em escala, um raio de luz que incide numa lente convergente e o correspondente raio emergente. Qual é, em dioptrias, a vergência da lente?



3 Fórmula dos fabricantes de lentes

A distância focal f de uma lente (e sua vergência D) pode ser determinada a partir dos índices de refração dos meios (n_1 e n_2) e dos raios de curvatura de suas faces (R_1 e R_2), utilizando-se a denominada fórmula dos fabricantes de lentes, proposta pelo astrônomo inglês Edmund Halley*:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

* **HALLEY**, Edmund (1656-1742), astrônomo e matemático inglês, contemporâneo de Newton. Primeiro cientista a calcular a órbita de um cometa, descobriu que os cometas observados em 1531, 1607 e 1682 eram o mesmo. Previu então a volta desse cometa em 1758, o que realmente ocorreu. Em sua homenagem, o cometa recebeu seu nome.

Nessa fórmula, n_2 é o índice de refração da lente e n_1 é o índice de refração do meio que a envolve (fig. 30).

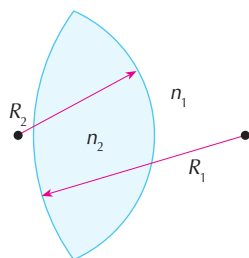


Figura 30. R_1 e R_2 são os raios de curvatura; n_1 e n_2 os índices de refração.

Para os raios de curvatura R_1 e R_2 , deve-se usar a seguinte convenção de sinais:

- face convexa: raio de curvatura positivo
- face côncava: raio de curvatura negativo

Quando uma das faces da lente é plana (fig. 31), seu raio pode ser considerado infinitamente grande, e a fórmula anterior se torna:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{R}$$

Nessa fórmula, R é o raio da face curva.

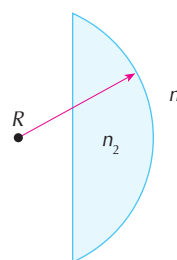


Figura 31. Lente plano-convexa; R é o raio da face curva.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 100 Uma lente delgada de vidro, cujo índice de refração é 1,5, é biconvexa, possuindo raios de curvatura iguais a 50 cm. A lente é mergulhada num líquido de índice de refração igual a 2,0. Determine:

- a) se a lente é convergente ou divergente, analisando a trajetória, através da lente, de um raio de luz paralelo ao eixo principal.
- b) a distância focal e a vergência da lente.

Solução:

- a) A lente é de vidro ($n_2 = 1,5$) e está imersa num meio mais refringente ($n_1 = 2,0$). Logo, na primeira face, o raio se afasta da normal e, na segunda, ele se aproxima, como se observa pela figura ao lado. Portanto, a lente é **divergente**.

- b) A distância focal pode ser calculada pela fórmula dos fabricantes de lentes:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

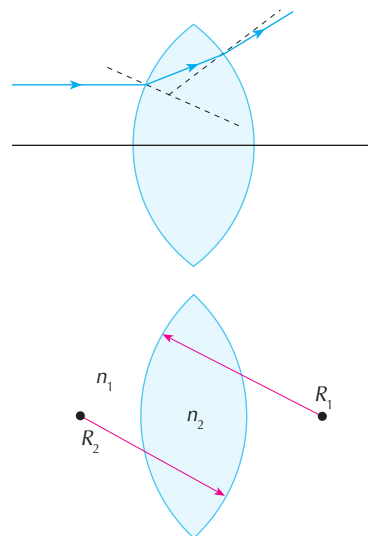
Temos: $R_1 = R_2 = 0,5$ m (faces convexas); $n_2 = 1,5$; $n_1 = 2,0$

Assim:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \left(\frac{1,5}{2,0} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (0,75 - 1) \cdot 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{f} &= -0,25 \cdot 4 \Rightarrow \frac{1}{f} = -1 \Rightarrow \boxed{f = -1 \text{ m}} \end{aligned}$$

$$\text{A vergência vale: } D = \frac{1}{f} \Rightarrow D = \frac{1}{-1} \Rightarrow \boxed{D = -1 \text{ di}}$$

Respostas: a) divergente; b) $f = -1$ m e $D = -1$ di



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 346 Uma lente biconvexa de cristal tem índice de refração $n = 1,5$ e faces com raios de curvatura iguais a 75 cm. A lente encontra-se imersa em um meio cujo índice de refração é $n = 2,0$. Determine a distância focal da lente.

P. 347 Determine a vergência de uma lente plano-convexa de raio 5 cm, feita de vidro, de índice de refração 1,5, imersa no ar, cujo índice de refração é 1,0.

4 Equação dos pontos conjugados (equação de Gauss)

A equação dos pontos conjugados é a que relaciona a abscissa do objeto (p), a abscissa da imagem (p') e a distância focal da lente (f), tendo dedução idêntica à que foi apresentada para os espelhos esféricos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

5 Aumento linear transversal

O aumento linear transversal é, por definição, a relação:

$$A = \frac{i}{o}$$

Essa fórmula indica quantas vezes a imagem é maior ou menor que o objeto.

O aumento linear transversal A pode ser expresso em função das abscissas p e p' do objeto e da imagem. A semelhança dos triângulos ABO e $A'B'O$ da **figura 32** nos permite escrever:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'O}}{\overline{BO}}$$

Assim: $\frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$ e, portanto, $A = -\frac{p'}{p}$

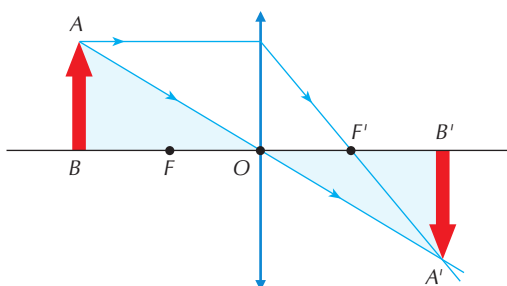


Figura 32.



O aumento linear transversal A também pode ser expresso em função da abscissa p do objeto e da distância focal f da lente. A dedução é idêntica à que foi apresentada para os espelhos esféricos:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

O aumento linear transversal A pode ser positivo ($A > 0$) ou negativo ($A < 0$), tendo o seguinte significado:

$$A > 0$$

- i e o têm o mesmo sinal: imagem direita
- p e p' têm sinais opostos: sendo o objeto real ($p > 0$), a imagem é virtual ($p' < 0$).

$$A < 0$$

- i e o têm sinais opostos: imagem invertida
- p e p' têm o mesmo sinal: sendo o objeto real ($p > 0$), a imagem é real ($p' > 0$).

Não vamos considerar os casos em que o objeto é virtual, uma vez que sua ocorrência só se dá quando há associação de lentes entre si ou de lentes com outros sistemas ópticos.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Simulador: Lentes e espelhos

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 101 Com uma lente delgada projeta-se, numa tela situada a 100 cm da lente, a imagem real de uma vela com 5 cm de altura e colocada a 10 cm da lente. Determine:

- o tipo de lente e sua distância focal;
- o aumento linear transversal da imagem;
- o tamanho da imagem.

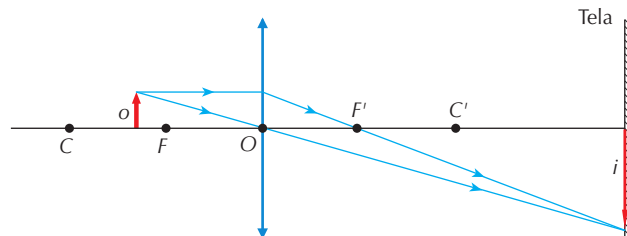
Solução:

- Como a imagem e o objeto são ambos reais, a lente é **convergente**. A posição da tela em relação à lente nos informa a abscissa da imagem: $p' = 100$ cm.

A abscissa do objeto é $p = 10$ cm e a da imagem é $p' = 100$ cm. Aplicando a equação dos pontos conjugados, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{10 + 1}{100} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{11}{100} \Rightarrow f = \frac{100}{11} \Rightarrow (f \approx 9,1 \text{ cm})$$

Podemos esquematizar a formação da imagem como segue:



- O aumento linear transversal da imagem pode ser calculado pela fórmula: $A = \frac{p'}{p}$

$$\text{Mas: } p' = 100 \text{ cm e } p = 10 \text{ cm; logo: } A = -\frac{100}{10} \Rightarrow (A = -10)$$

Esse resultado significa que a imagem é **invertida** (aumento negativo) e **10 vezes maior** que o objeto.

- Como $A = -10$ e $o = 5$ cm, temos:

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow -10 = \frac{i}{5} \Rightarrow (i = -50 \text{ cm})$$

Respostas: a) convergente, $f \approx 9,1$ cm; b) -10 ; c) 50 cm (invertida)



- R. 102** Um objeto real de 6 cm de altura é colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente divergente de distância focal de módulo igual a 150 cm. Estando o objeto a 300 cm do centro óptico da lente, determine:
- o aumento linear transversal da imagem;
 - a posição e o tamanho da imagem.

Solução:

- a) O aumento linear transversal da imagem pode ser calculado pela fórmula: $A = \frac{f}{f - p}$

Mas: $f = -150$ cm (lente divergente) e $p = 300$ cm; logo:

$$A = \frac{-150}{-150 - 300} \Rightarrow A = \frac{-150}{-450} \Rightarrow A = \frac{1}{3}$$

Esse resultado significa que a imagem é **direita** (aumento positivo) e **3 vezes menor que o objeto**.

- b) Podemos calcular a abscissa p' da imagem pela equação dos pontos conjugados ou pela outra fórmula do aumento linear transversal. Utilizando esta segunda possibilidade, temos:

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{p'}{300} \Rightarrow p' = -100 \text{ cm}$$

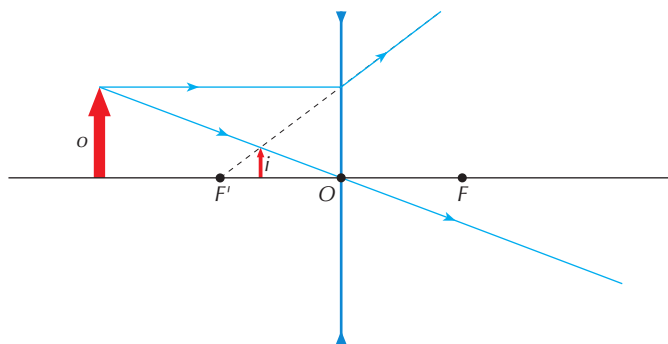
Esse resultado significa que a imagem é **virtual** e está a **100 cm da lente**.

Cálculo do tamanho da imagem:

De $A = \frac{i}{o}$, sendo $A = \frac{1}{3}$ e $o = 6$ cm, resulta:

$$\frac{1}{3} = \frac{i}{6} \Rightarrow i = 2 \text{ cm}$$

Esquemáticamente, a formação da imagem se verifica do seguinte modo:

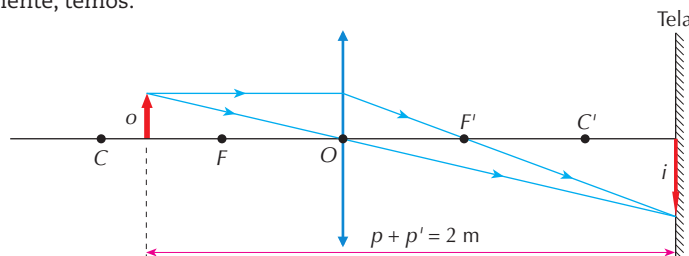


Respostas: a) $\frac{1}{3}$; b) $p' = -100$ cm e $i = 2$ cm

- R. 103** Uma lente convergente fornece de um objeto real uma imagem quatro vezes maior, projetada numa tela situada a 2 m do objeto. Determine:
- a natureza e a posição da imagem;
 - uma segunda posição da lente entre esse objeto e essa tela em que há projeção de outra imagem nítida do objeto;
 - a posição e a natureza da imagem na nova situação;
 - a distância focal da lente.

Solução:

- a) A imagem projetada é **real**. Sendo objeto e imagem ambos reais, a imagem é **invertida**. Esquemáticamente, temos:



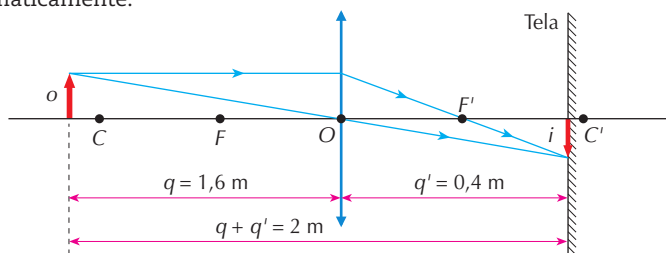
O aumento linear transversal vale:

$A = -4$ (imagem invertida, quatro vezes maior)

$$\text{Mas: } A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = \frac{p'}{4}$$

$$\text{Sendo } p + p' = 2, \text{ temos: } \frac{p'}{4} + p' = 2 \Rightarrow \frac{5p'}{4} = 2 \Rightarrow p' = \frac{8}{5} \Rightarrow p' = 1,6 \text{ m}$$

- b) Se a lente for movimentada entre o objeto e a tela, uma nova imagem nítida será obtida quando as abscissas de objeto e imagem forem trocadas, isto é, quando o objeto estiver a 1,6 m da lente. Esquematicamente:



- c) Como a abscissa do objeto é $q = 1,6$ m, a abscissa q' da imagem será:

$$q + q' = 2 \Rightarrow q' = 2 - q \Rightarrow q' = 2 - 1,6 \Rightarrow \boxed{q' = 0,4 \text{ m}}$$

Observe que essa abscissa da imagem é igual à abscissa do objeto no item a, ou seja:

$$p = 2 - p' \Rightarrow p = 2 - 1,6 \Rightarrow p = 0,4 \text{ m}$$

O aumento linear transversal será:

$$A = -\frac{q'}{q} \Rightarrow A = -\frac{0,4}{1,6} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{4}}$$

A imagem formada é real (projetada), invertida (aumento negativo) e quatro vezes menor que o objeto, situada a 0,4 m da lente.

- d) A distância focal da lente para $q = 1,6$ m e $q' = 0,4$ m é dada por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{q'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1,6} + \frac{1}{0,4} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1+4}{1,6} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{5}{1,6} \Rightarrow f = \frac{1,6}{5} \Rightarrow \boxed{f = 0,32 \text{ m}}$$

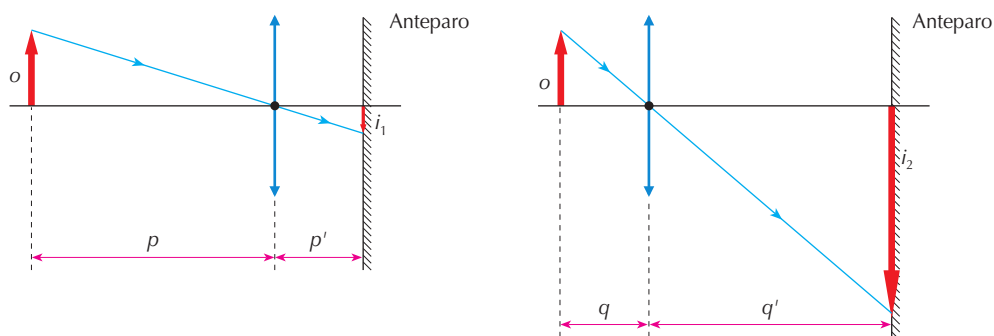
Respostas:

- a) imagem real e invertida, situada a 1,6 m da lente; b) lente a 1,6 m do objeto e a 0,4 m da tela; c) imagem real, invertida e quatro vezes menor, situada a 0,4 m da lente; d) 0,32 m

R. 104 Coloca-se um objeto luminoso de tamanho o a certa distância de um anteparo. Verifica-se que há duas posições distintas de uma lente convergente que, colocada entre o objeto e o anteparo, produz neste imagens nítidas. Na primeira posição, a imagem formada tem 2 cm de tamanho e, na segunda posição da lente, o tamanho da imagem é 8 cm. Determine o tamanho do objeto.

Solução:

As duas posições da lente correspondem a uma troca entre as abscissas de objeto e imagem. Esquematicamente, temos:



Tem-se: $p = q'$ e $p' = q$

Aplicando a fórmula que relaciona os tamanhos e as abscissas de objeto e imagem, obtemos:

$$\frac{i_1}{o} = -\frac{p'}{p} \quad \text{①} \quad \frac{i_2}{o} = -\frac{q'}{q} \quad \text{②}$$

Multiplicando membro a membro as equações ① e ②, obtemos:

$$\frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{o} = \left(-\frac{p'}{p}\right) \cdot \left(-\frac{q'}{q}\right) \Rightarrow \frac{i_1 i_2}{o^2} = 1 \Rightarrow o^2 = i_1 i_2 \Rightarrow \boxed{o = \sqrt{i_1 i_2}}$$

No caso deste problema, temos: $i_1 = 2$ cm e $i_2 = 8$ cm; portanto:

$$o = \sqrt{2 \cdot 8} \Rightarrow o = \sqrt{16} \Rightarrow \boxed{o = 4 \text{ cm}}$$

Consideramos como resposta apenas a raiz positiva, admitindo o objeto “acima” do eixo principal da lente.

Resposta: 4 cm

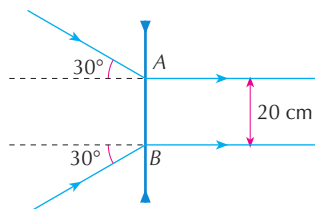
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 348** Uma lente convergente fornece, de um objeto situado a 20 cm de seu centro óptico, uma imagem real a 60 cm da lente. Determine:
- a distância focal e a vergência da lente;
 - o aumento linear transversal da imagem.
- P. 349** Uma vela de 10 cm de altura está a 50 cm de uma lente. A imagem é projetada sobre uma tela situada a 2 metros da lente. Determine:
- o tipo de lente, sua distância focal e sua vergência;
 - o aumento linear transversal da imagem;
 - o tamanho da imagem.
- P. 350** (UFG-GO) Um objeto fixo está a uma distância $D = 2,0$ m de um anteparo, também fixo. Há duas posições, entre o objeto e o anteparo, em que se pode colocar uma lente convergente, de modo a projetar sobre o anteparo a imagem do objeto. A distância entre essas duas posições é $d = 1,0$ m. Qual é a distância focal da lente?

- P. 351** Quer-se projetar a imagem de um objeto luminoso sobre um anteparo situado a 2 m do objeto, com o auxílio de uma lente delgada, cuja convergência é igual a 2 dioptrias. Determine:
- quantas soluções admite o problema e esquematize;
 - o aumento linear transversal da imagem em cada caso.
- P. 352** Uma lente divergente, de distância focal de módulo igual a 100 cm, fornece uma imagem virtual de 2 cm de altura e situada a 20 cm da lente. Determine:
- a posição e o tamanho do objeto;
 - o aumento linear transversal da imagem.
- P. 353** (FEI-SP) Uma lente produz sobre um anteparo fixo uma imagem de tamanho a de um objeto de tamanho o . A mesma lente, em outra posição, produz, sobre o mesmo anteparo, outra imagem de tamanho b do mesmo objeto. Demonstre que $o = \sqrt{ab}$.

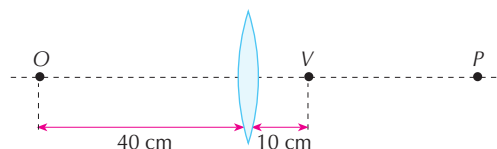
EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

- P. 354** Duas lentes delgadas, sendo L_1 convergente e de distância focal 5,0 cm, e L_2 de distância focal de módulo 2,0 cm, são dispostas de modo que seus eixos principais coincidam. Determine a distância entre as lentes para que um feixe de raios paralelos ao eixo principal incida em L_1 e emergja de L_2 paralelo ao eixo principal. Analise os casos:
- L_2 é convergente
 - L_2 é divergente.
- P. 355** (UFRRJ) A figura mostra dois raios luminosos que incidem sobre uma lente, formando um ângulo de 30° com a normal a ela e emergindo paralelos. A distância entre os pontos A e B em que os raios atingem a lente é de 20 cm. Determine a distância focal da lente.



- P. 356** Uma lente plano-convexa tem, no ar, a convergência de 8 di. Dentro da água, sua convergência passa a ser de 1 di. Calcule o raio de curvatura da lente, sabendo-se que o índice de refração da água é igual a $\frac{4}{3}$.

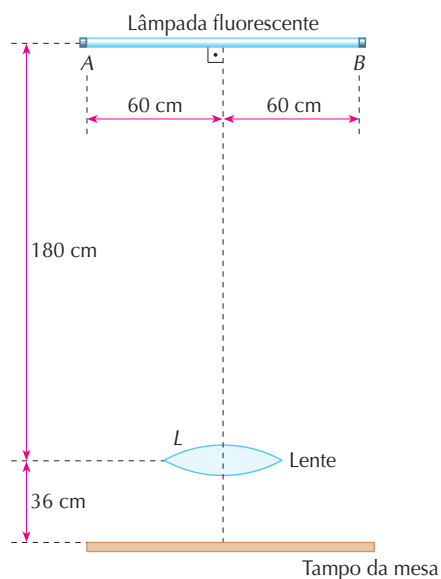
- P. 357** (ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada bi-convexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.
- P. 358** (UFBA) A imagem de uma estrela distante aparece a 10 cm de uma lente convergente. Determine em centímetros a que distância da lente está a imagem de um objeto localizado a 30 cm dessa mesma lente.
- P. 359** (Olimpíada Brasileira de Física) Um objeto O é colocado a uma distância de 40 cm de uma lente delgada convergente, de distância focal $f_1 = 20$ cm. A imagem é formada no ponto P da figura. Retirando-se apenas a lente e colocando em V um espelho convexo, com seu eixo coincidente com a reta OP , a imagem de O é formada no mesmo ponto P . Determine a distância focal do espelho.



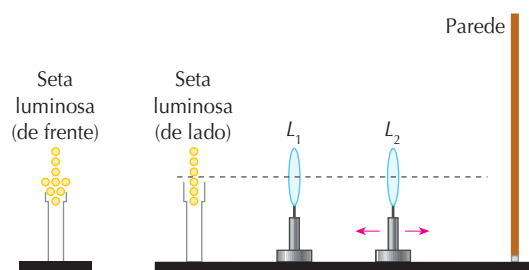
P. 360 (Fuvest-SP) Uma lente L é colocada sob uma lâmpada fluorescente AB cujo comprimento é $AB = 120$ cm. A imagem é focalizada na superfície de uma mesa a 36 cm da lente. A lente situa-se a 180 cm da lâmpada e o seu eixo principal é perpendicular à face cilíndrica da lâmpada e à superfície plana da mesa. A figura ao lado ilustra a situação.

Pede-se:

- a) a distância focal da lente;
- b) o comprimento da imagem da lâmpada e a sua representação geométrica. Utilize os símbolos A' e B' para indicar as extremidades da imagem da lâmpada.

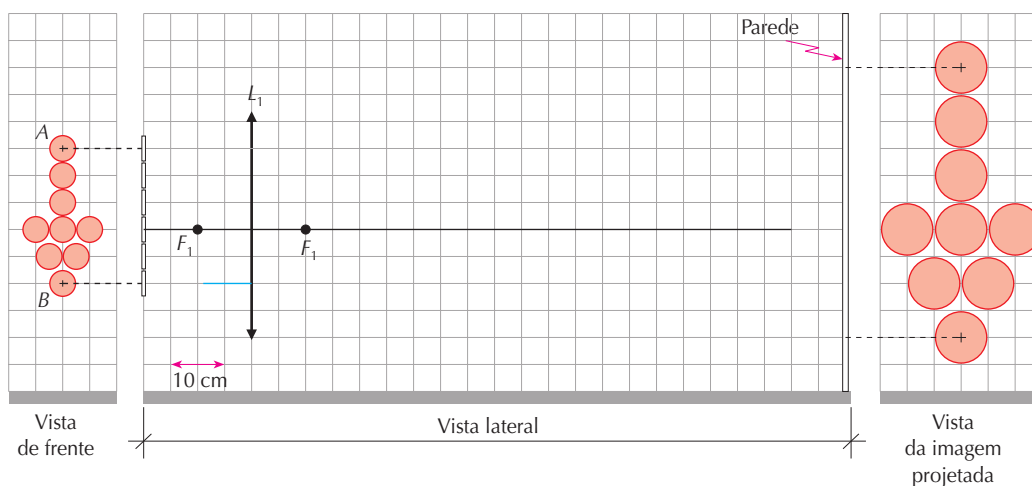


P. 361 (Fuvest-SP) Uma seta luminosa é formada por pequenas lâmpadas. Deseja-se projetar a imagem dessa seta, ampliada, sobre uma parede, de tal forma que seja mantido o sentido por ela indicado. Para isso, duas lentes convergentes, L_1 e L_2 , são colocadas próximas uma da outra, entre a seta e a parede, como indicado no esquema ao lado.



Para definir a posição e a característica da lente L_2 :

- a) determine, no esquema a seguir, traçando as linhas de construção apropriadas, as imagens dos pontos A e B da seta, produzidas pela lente L_1 , cujos focos F_1 estão sinalizados, indicando essas imagens por A_1 e B_1 respectivamente;
- b) determine, no esquema a seguir, traçando as linhas de construção apropriadas, a posição onde deve ser colocada a lente L_2 , indicando tal posição por uma linha vertical, com símbolo L_2 ;
- c) determine a distância focal f_2 da lente L_2 , em cm, traçando os raios convenientes ou calculando-a.



P. 362 (Ufop-MG) Uma lente esférica delgada, imersa no ar, produz uma imagem real do mesmo tamanho do objeto. Estando o objeto a 40 cm da lente, pede-se:

- a) a convergência da lente;
- b) a posição da imagem;
- c) o raio de curvatura da superfície esférica da lente, supondo-a plano-convexa e de índice de refração igual a 1,50.

P. 363 (Vunesp) Um estudante, utilizando uma lente, projeta a imagem da tela da sua televisão, que mede $0,42 \text{ m} \times 0,55 \text{ m}$, na parede oposta da sala. Ele obtém uma imagem plana e nítida com a lente localizada a $1,8 \text{ m}$ da tela da televisão e a $0,36 \text{ m}$ da parede.

- Quais são as dimensões da tela projetada na parede? Qual é a distância focal da lente?
- Como a imagem aparece na tela projetada na parede: sem qualquer inversão? Invertida apenas na vertical (de cabeça para baixo)? Invertida na vertical e na horizontal (de cabeça para baixo e trocando o lado esquerdo pelo direito)? Justifique.

P. 364 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma pequena lâmpada acesa é colocada a 90 cm de um anteparo. Ajusta-se uma lente convergente de modo a obter no anteparo uma imagem nítida e ampliada. Em seguida, movimenta-se a lente ao longo de 60 cm , na direção do anteparo, focalizando uma segunda imagem nítida da lâmpada.

- Qual é a distância focal da lente?
- Quais são as características da segunda imagem obtida?

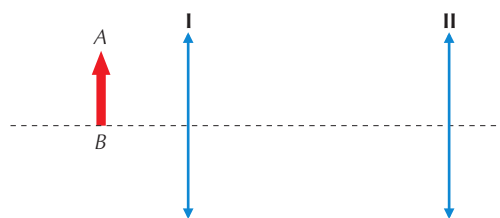
P. 365 Um objeto é colocado a uma distância D de uma tela. Uma lente convergente, de distância focal f ,

deve ser posicionada de modo que a imagem se forme sobre a tela. Demonstre que só é possível posicionar a lente convenientemente se $D \geq 4f$.

P. 366 (Olimpíada Brasileira de Física) Um objeto localiza-se a uma distância x , à esquerda de uma lente com distância focal $f_1 = -6 \text{ cm}$. Uma segunda lente, com distância focal $f_2 = +12 \text{ cm}$, é colocada à direita da primeira, a uma distância de 8 cm da lente.

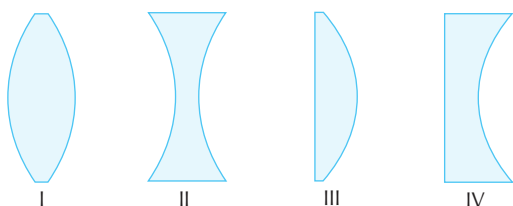
- Para que distância x a imagem final do objeto estará muito distante da segunda lente?
- Caracterize a imagem do objeto devida à primeira lente.

P. 367 (IME-RJ) Um sistema óptico é formado de duas lentes I e II, de distâncias focais 10 cm e 15 cm , com eixos ópticos coincidentes e separadas 60 cm . Determine a localização da imagem final de um objeto AB colocado a 20 cm da lente I.



TESTES PROPOSTOS

T. 316 (Cesgranrio-RJ) Um estudante deseja queimar uma folha de papel, concentrando, com apenas uma lente, um feixe de luz solar na superfície da folha. Para tal, ele dispõe de 4 lentes de vidro, cujos perfis são mostrados a seguir:



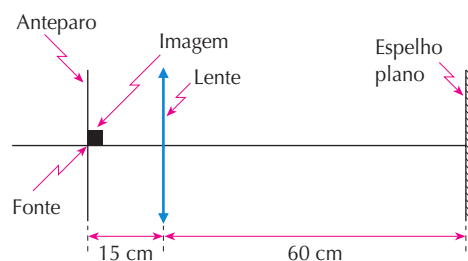
Para conseguir seu intento, o estudante poderá usar as lentes:

- I ou II somente.
- I ou III somente.
- I ou IV somente.
- II ou III somente.
- II ou IV somente.

T. 317 (PUC-SP) Uma lente biconvexa de vidro de índice de refração $1,5$ é usada em três experiências sucessivas A, B e C. Em todas elas recebe um feixe de raios paralelos ao seu eixo principal. Na experiência A a lente está imersa no ar; em B, na água de índice de refração $1,33$; e, em C, imersa em bissulfeto de carbono líquido, de índice de refração $1,64$. O feixe de luz emergente:

- é convergente nas experiências A, B e C.
- é divergente nas experiências A, B e C.
- é convergente em A e B e divergente em C.
- é divergente em A e B e convergente em C.
- é divergente em A e convergente em B e C.

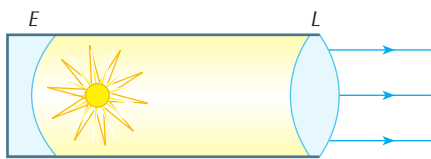
T. 318 (Cesgranrio-RJ) Para determinar experimentalmente a distância focal de uma lente convergente, você dispõe de um banco óptico, da lente, de um espelho plano e de uma fonte pontual. Na montagem esquematizada a seguir, onde são também indicadas as distâncias entre os vários elementos, você observa que a imagem da fonte se forma ao lado desta sobre o anteparo que contém a fonte.



A distância focal da lente pode ser:

- 15 cm
- 60 cm
- 45 cm
- 75 cm
- 30 cm

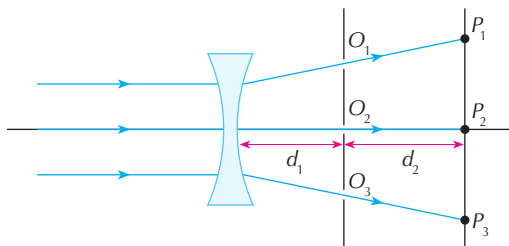
- T. 319** Uma lanterna é construída com um espelho esférico E e uma lente convergente L .



A lâmpada, de filamento incandescente muito pequeno, deve ficar situada de modo que este coincida:

- com o foco da lente e com o foco do espelho.
- com o foco da lente e com o centro de curvatura do espelho.
- com o centro de curvatura do espelho e com o centro óptico da lente.
- com o centro óptico da lente e com o foco do espelho.
- com o foco do espelho simplesmente.

- T. 320** (UFRGS-RS) A figura ilustra uma experiência realizada com o fim de determinar a distância focal de uma lente divergente. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente; três deles, após atravessarem-na, passam pelos orifícios O_1 , O_2 e O_3 , existentes em um anteparo fosco à sua frente, indo encontrar um segundo anteparo nos pontos P_1 , P_2 e P_3 .

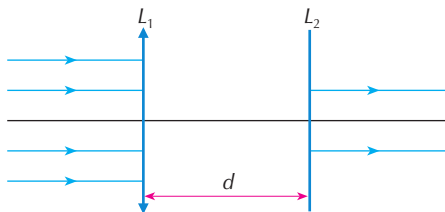


Quanto vale, em cm, o módulo da distância focal da lente em questão?

(Dados: $O_1O_3 = 4$ cm; $P_1P_3 = 6$ cm; $d_1 = 15$ cm; $d_2 = 15$ cm)

- 7,5
- 15,0
- 22,5
- 30,0
- 45,0

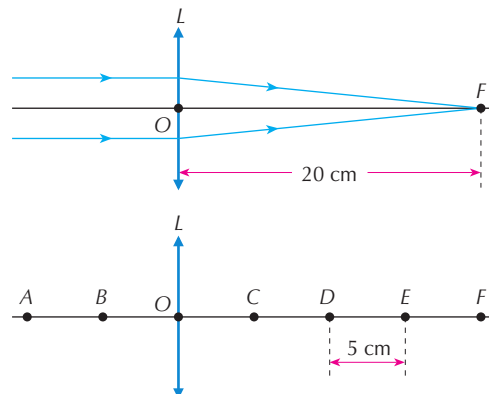
- T. 321** (Cesgranrio-RJ) Duas lentes delgadas L_1 e L_2 , de eixos ópticos coincidentes, estão separadas por uma distância $d = 10,0$ cm (figura). A lente L_1 é convergente e de distância focal $f_1 = 30,0$ cm. O sistema formado pelas duas lentes é tal que raios paralelos ao eixo óptico incidentes em L_1 continuam nessa mesma direção ao emergir de L_2 (sistema afocal).



Qual das opções abaixo fornece então, corretamente, o tipo e a distância focal (em módulo) da lente L_2 ?

- | Tipo | Distância focal |
|----------------|-----------------|
| a) divergente | 10,0 cm |
| b) convergente | 10,0 cm |
| c) divergente | 20,0 cm |
| d) convergente | 20,0 cm |
| e) divergente | 30,0 cm |

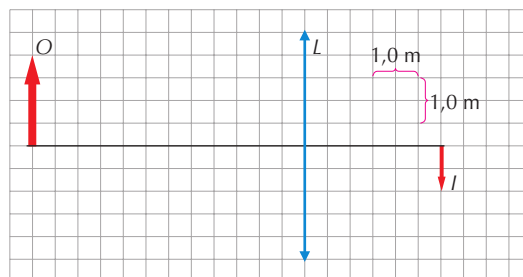
- T. 322** (Cesgranrio-RJ) Um feixe paralelo de luz monocromática incide sobre uma lente convergente L de 20 cm de distância focal, ao longo do eixo óptico da lente. O feixe converge em F (ver figura).



Dispondo-se de uma lente divergente de 5,0 cm de distância focal, em qual das posições propostas a seguir deverá ser colocada essa lente para que o feixe emergente do sistema seja paralelo?

- A
- B
- C
- D
- E

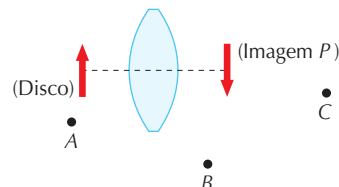
- T. 323** (FCC-SP) Uma lente convergente L conjuga a um objeto real O uma imagem real I , conforme o esquema:



A distância focal dessa lente, em metros, é igual a:

- 5,0
- 4,0
- 3,0
- 2,0
- 1,0

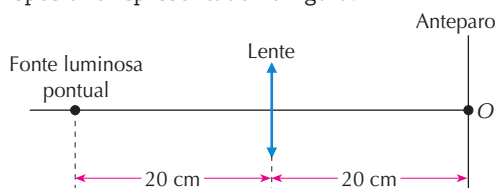
- T. 324** (Fuvest-SP) Um disco é colocado diante de uma lente convergente, com o eixo que passa por seu centro coincidindo com o eixo óptico da lente. A imagem P do disco é formada conforme a figura.



Procurando ver essa imagem, um observador coloca-se, sucessivamente, nas posições A , B e C , mantendo os olhos num plano que contém o eixo da lente. (Estando em A , esse observador dirige o olhar para P através da lente.) Assim, essa imagem poderá ser vista:

- somente da posição A .
- somente da posição B .
- somente da posição C .
- somente das posições B ou C .
- em qualquer das posições A , B ou C .

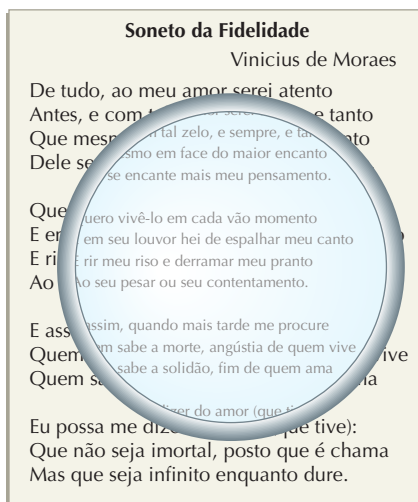
- T. 325** (Cesgranrio-RJ) Num quarto escuro, você monta o dispositivo representado na figura:



O diâmetro da lente é 5,0 cm e sua distância focal, 10 cm. Escolha, entre as opções propostas, a que descreve corretamente o que você observa no anteparo.

- Um ponto brilhante em O. O resto do anteparo uniformemente iluminado.
- Um círculo escuro de 10 cm de diâmetro, com um ponto brilhante no centro O. O resto do anteparo iluminado.
- Um círculo brilhante de 10 cm de diâmetro, com centro em O. O resto do anteparo, uniformemente iluminado.
- Um círculo escuro de 5,0 cm de diâmetro, com centro em O. O resto do anteparo iluminado.
- Um círculo brilhante de 5,0 cm de diâmetro, com centro em O. O resto do anteparo uniformemente iluminado.

- T. 326** (Fuvest-SP) Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.



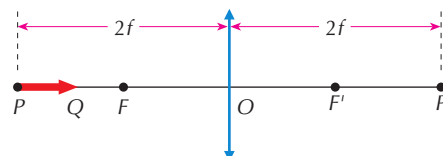
Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:

- sempre direita, cada vez menor.
- sempre direita, cada vez maior.
- direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
- direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
- direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

- T. 327** (Fuvest-SP) Tem-se um objeto luminoso situado num dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal. Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:

- cresce continuamente.
- passa de virtual para real.
- afasta-se cada vez mais da lente.
- aproxima-se do outro foco principal da lente.
- passa de real para virtual.

- T. 328** (UFG-GO) Tendo em vista a figura, qual das opções seguintes melhor representa a imagem do objeto PQ?



- Imagem virtual, direita e menor que o objeto.
- Imagem virtual, invertida e menor que o objeto.
- Imagem real, direita e maior que o objeto.
- Imagem real, invertida e maior que o objeto.
- Imagem real, direita e maior que o objeto.

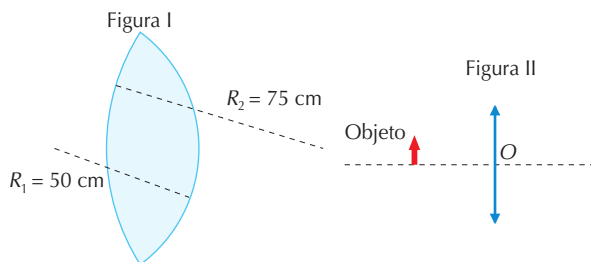
- T. 329** (ITA-SP) Uma lente convergente tem distância focal de 20 cm quando está mergulhada em ar. A lente é feita de vidro, cujo índice de refração é $n_v = 1,6$. Se a lente é mergulhada em um meio, menos refringente do que o material da lente, cujo índice de refração é n , considere as seguintes afirmações:

- A distância focal não varia se o índice de refração do meio for igual ao do material da lente.
- A distância focal torna-se maior se o índice de refração n for maior que o do ar.
- Neste exemplo, uma maior diferença entre os índices de refração do material da lente e do meio implica uma menor distância focal.

Então, pode-se afirmar que:

- apenas a II é correta.
- apenas a III é correta.
- apenas II e III são corretas.
- todas são corretas.
- todas são incorretas.

- T. 330** (Mackenzie-SP) A figura I ilustra uma lente constituída de material de índice de refração absoluto 1,5, imersa no ar, cujo índice de refração absoluto é 1,0. As faces dessa lente possuem raios de curvatura respectivamente iguais a R_1 e R_2 . A figura II nos mostra o esquema da mesma lente, com um objeto real colocado à sua frente, a uma distância de 10 cm de seu centro óptico.



A imagem conjugada desse objeto é:

- virtual, direita e menor que o objeto.
- virtual, direita e maior que o objeto.
- real, direita e maior que o objeto.
- real, invertida e maior que o objeto.
- imprópria.

T. 331 (UFRGS-RS) Um objeto real está situado a 12 cm de uma lente. Sua imagem, formada pela lente, é real e tem uma altura igual à metade da altura do objeto. Tendo em vista essas condições, considere as afirmações a seguir.

- I. A lente é convergente.
- II. A distância focal da lente é 6 cm.
- III. A distância da imagem à lente é 12 cm.

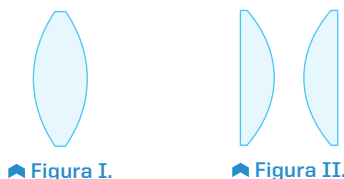
Quais delas estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas I e II.
- c) Apenas I e III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III.

T. 332 (UFC-CE) Uma lente esférica delgada, construída de um material de índice de refração n , está imersa no ar ($n_{\text{ar}} = 1,00$). A lente tem distância focal f e suas superfícies esféricas têm raios de curvatura R_1 e R_2 . Esses parâmetros obedecem a uma relação, conhecida como “equação dos fabricantes”, expressa por

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

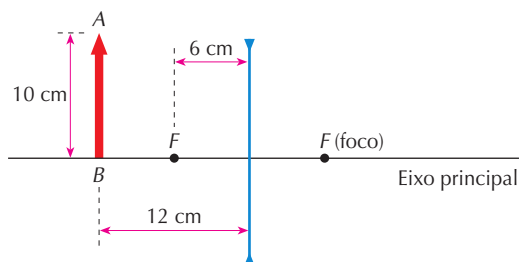
Suponha uma lente biconvexa de raios de curvatura iguais ($R_1 = R_2 = R$), distância focal f_0 e índice de refração $n = 1,8$ (figura I). Essa lente é partida, dando origem a duas lentes planas-convexas iguais (figura II).



A distância focal de cada uma das novas lentes é:

- a) $\frac{1}{2}f_0$
- b) $\frac{4}{5}f_0$
- c) f_0
- d) $\frac{9}{5}f_0$
- e) $2f_0$

T. 333 (UFU-MG) Um objeto AB encontra-se diante de uma lente divergente, como mostra a figura.



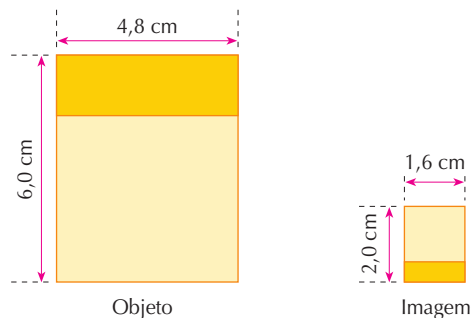
Análise as afirmativas seguintes e indique aquela que está correta.

- a) A distância da imagem à lente é 12 cm.
- b) O aumento fornecido pela lente é 3.
- c) O tamanho da imagem é 30 cm.
- d) A lente divergente fornece sempre uma imagem invertida e menor do que o objeto, qualquer que seja a posição deste sobre o eixo principal da lente.
- e) A lente divergente fornece sempre uma imagem virtual, qualquer que seja a posição do objeto real sobre o eixo principal da lente.

T. 334 (ITA-SP) Uma vela se encontra a uma distância de 30 cm de uma lente plano-convexa que projeta uma imagem nítida de sua chama em uma parede a 1,2 m de distância da lente. Qual é o raio de curvatura da parte curva da lente se o seu índice de refração é 1,5?

- a) 60 cm
- b) 30 cm
- c) 24 cm
- d) 12 cm
- e) É outro valor, diferente dos anteriores.

T. 335 (Fuvest-SP) A figura mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal f . O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente.



Podemos afirmar que o objeto e a imagem:

- a) estão do mesmo lado da lente e $f = 150$ cm.
- b) estão em lados opostos da lente e $f = 150$ cm.
- c) estão do mesmo lado da lente e $f = 37,5$ cm.
- d) estão em lados opostos da lente e $f = 37,5$ cm.
- e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e $f = 37,5$ cm.

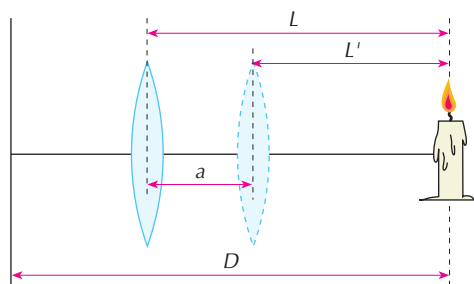
T. 336 (Fuvest-SP) A distância entre um objeto e uma tela é de 80 cm. O objeto é iluminado e, por meio de uma lente delgada posicionada adequadamente entre o objeto e a tela, uma imagem do objeto, nítida e ampliada três vezes, é obtida sobre a tela. Para que isso seja possível, a lente deve ser:

- a) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- b) convergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.
- c) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- d) divergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
- e) divergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.

T. 337 (ITA-SP) Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0 m de distância de uma parede. Pede-se a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm para produzir na parede uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

- a) 14 cm
- b) 26,2 cm
- c) 67,3 cm
- d) 32,7 cm
- e) Outro valor

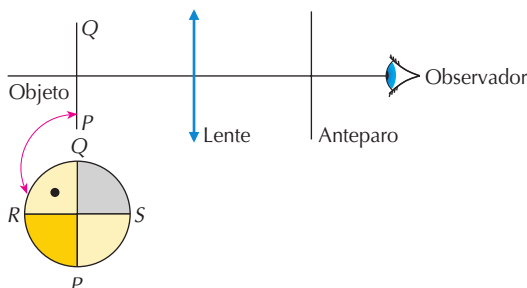
- T. 338** (ITA-SP) Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo diferem uma da outra de uma distância a .



O comprimento focal da lente é:

- a) $\frac{D-a}{2}$ c) $2a$ e) $\frac{D^2+a^2}{4D}$
b) $\frac{D+a}{2}$ d) $\frac{D^2-a^2}{4D}$

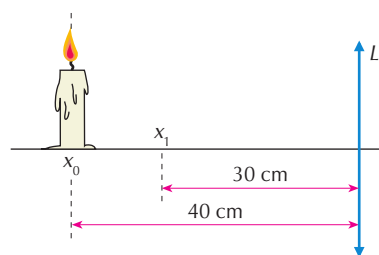
- T. 339** Numa experiência de Óptica, você observa a imagem de um objeto formada por uma lente sobre um anteparo de vidro fosco. As posições relativas do objeto, da lente, do anteparo e do observador são mostradas na figura. Essa figura representa também o objeto: é um disco dividido em quatro quadrantes, cada um caracterizado por um símbolo diferente. O centro do disco está sobre o eixo óptico da lente, o diâmetro PQ é vertical, com P embaixo e Q em cima. O diâmetro RS é horizontal, com R à esquerda e S à direita do observador.



A imagem observada é:

- a) d)
b) e)
c)

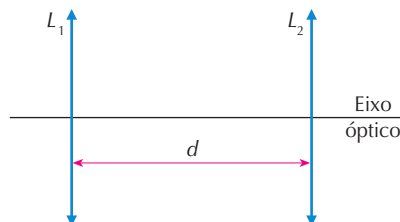
- T. 340** Numa experiência de Óptica Geométrica dispuseram-se uma vela e uma lente convergente L , de distância focal igual a 20 cm, como mostra a figura. A vela foi deslocada de x_0 a x_1 , com velocidade escalar igual a 1,0 cm/s.



Enquanto a vela foi deslocada, o módulo da velocidade média da imagem foi, em cm/s, igual a:

- a) 5,0 c) 3,0 e) 1,0
b) 4,0 d) 2,0

- T. 341** (UFC-CE) A figura abaixo mostra um sistema formado por duas lentes delgadas convergentes, L_1 , com distância focal $f_1 = 3$ cm, e L_2 , com distância focal $f_2 = 5$ cm, postas uma frente à outra com seus eixos ópticos coincidindo e separadas por uma distância d . Um objeto linear de 6 cm de comprimento é colocado perpendicular ao eixo e a uma distância de 6 cm à esquerda da lente L_1 . A imagem final do objeto, formada pelo sistema, é não invertida, está à direita de L_2 , e tem igualmente 6 cm de comprimento.



Portanto, a distância d que separa as duas lentes mede:

- a) 20 cm c) 12 cm e) 4 cm
b) 16 cm d) 8 cm

- T. 342** (IME-RJ) Um espelho e uma lente, ambos esféricos, encontram-se posicionados de maneira que seus eixos ópticos coincidam. Uma vela acesa é posicionada entre o espelho e a lente, perpendicularmente ao eixo óptico, com a base sobre ele. Para que as imagens formadas individualmente pelos dois instrumentos, a partir do objeto, possam ser direitas e coincidentes, os tipos de espelho e de lente devem ser, respectivamente:
- a) convexo e convergente.
b) convexo e divergente.
c) côncavo e convergente.
d) côncavo e divergente.
e) não existe combinação que torne as imagens coincidentes.